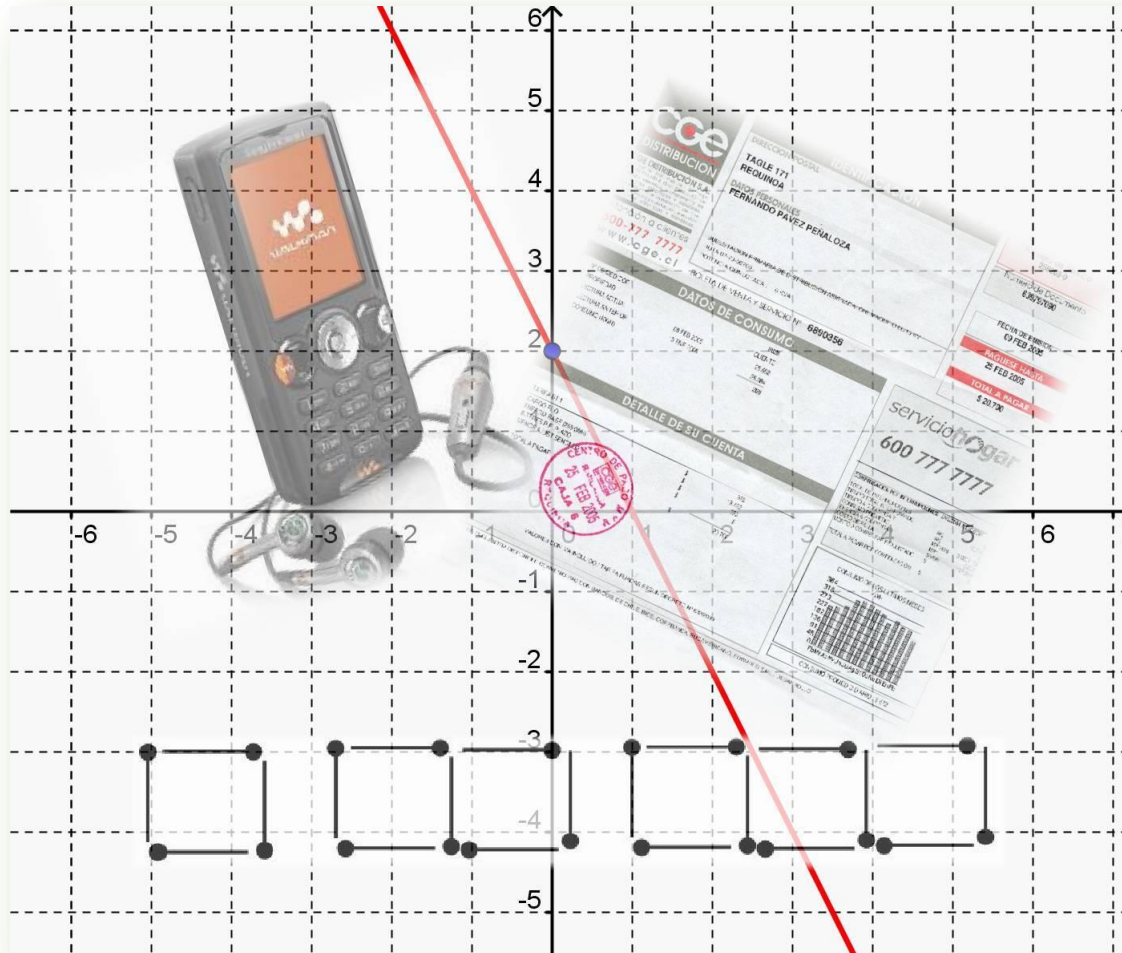


Programa de Pasantías 2011

Trabajo Final de Álgebra



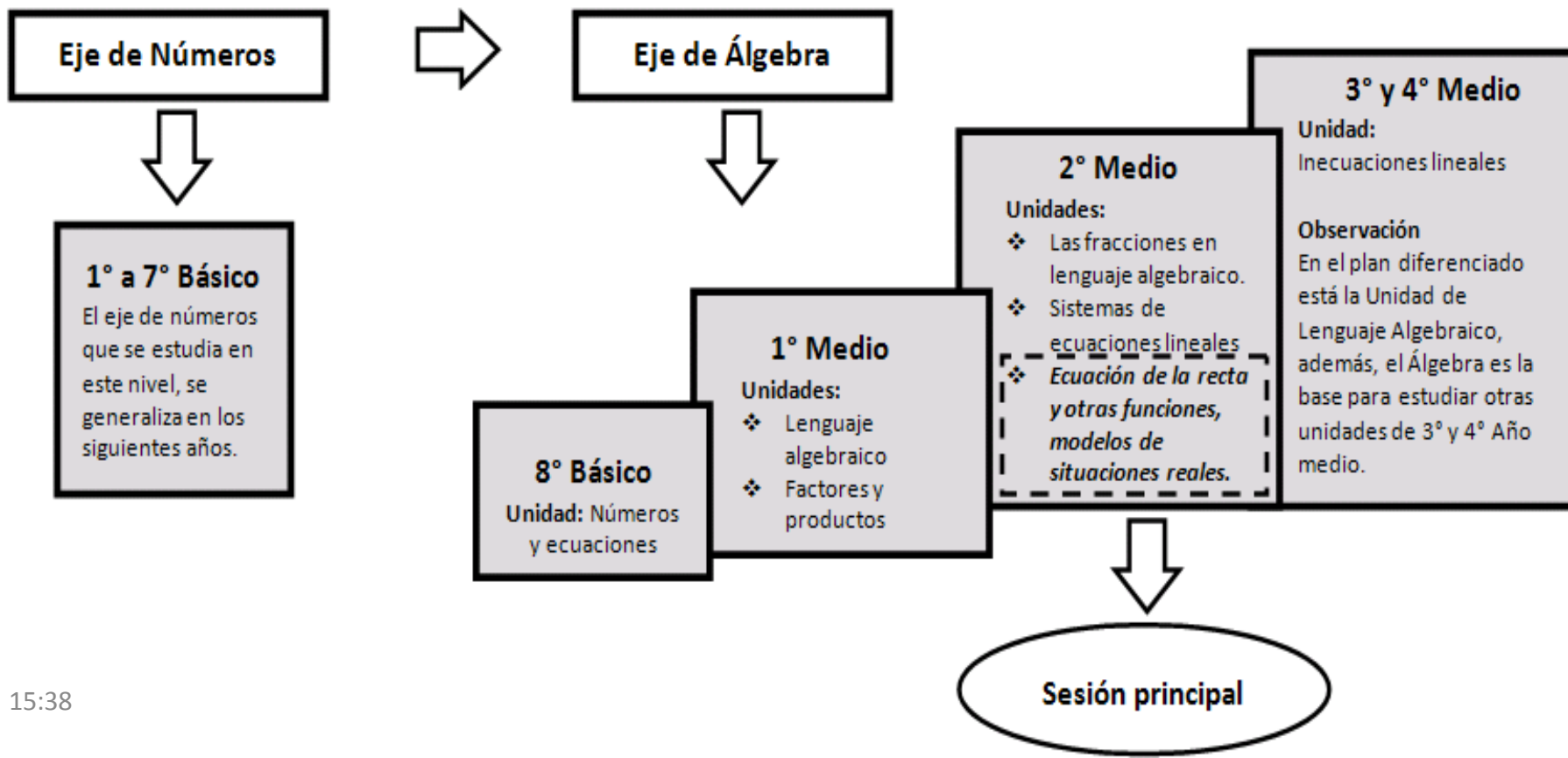
Presentación de la propuesta



- ✓ *Una mirada general del tema de Álgebra en la Enseñanza Media de Chile y estructura de la propuesta.*
- ✓ *Descripción de la sesión principal.*
- ✓ *Análisis didáctico de la propuesta.*

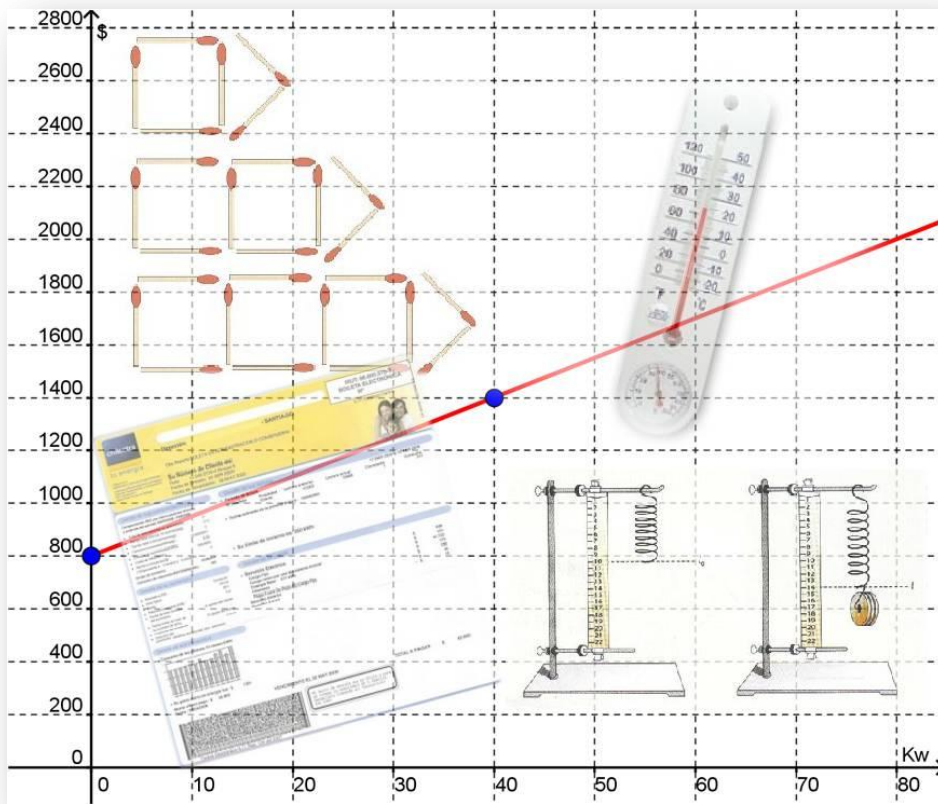
El Álgebra en la Enseñanza Básica y Media de Chile

Decreto 220, Año 1998



¿Por qué la ecuación de la recta?

Situaciones cercanas al alumno

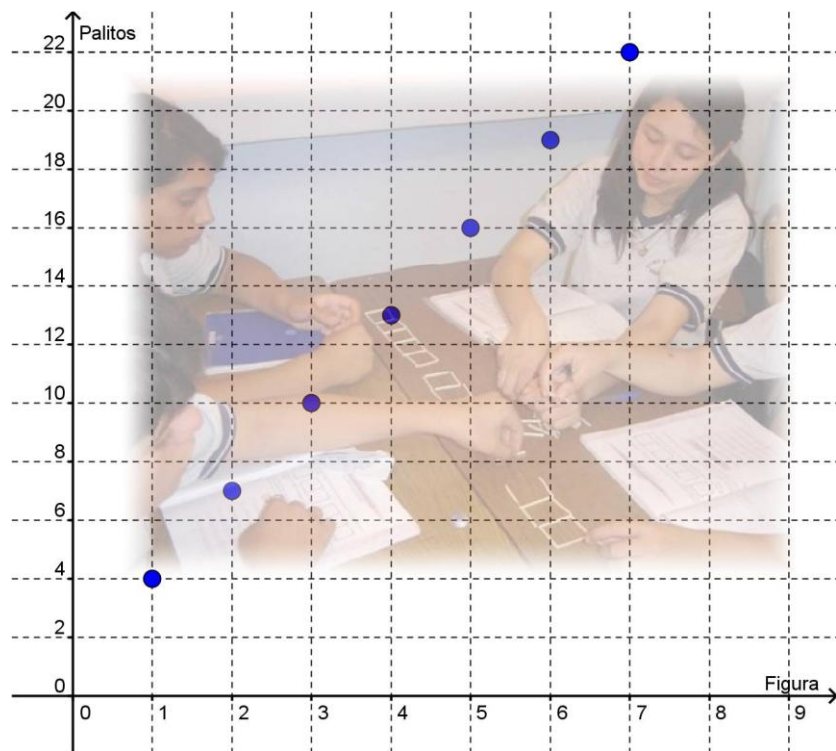


Abstracción

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Destrezas y conocimientos previos



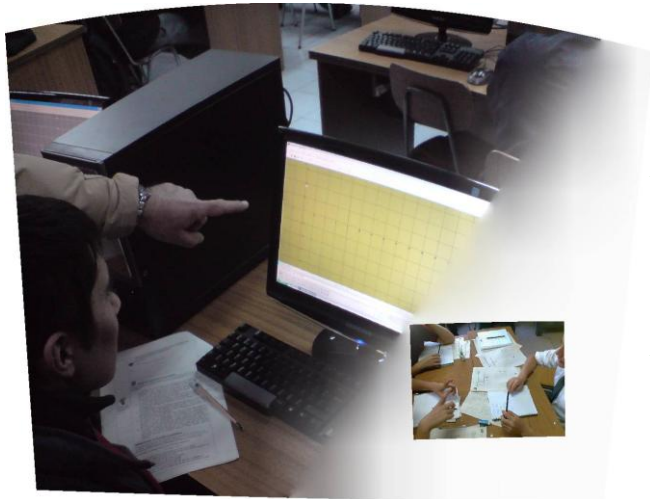
- ✓ *Detección de variables y clasificación de ellas en dependientes e independientes.*
- ✓ *Elaboración de tablas de registro de datos.*
- ✓ *Representación gráfica de la información suministrada por la tabla.*
- ✓ *Forma y posición relativa de las gráficas.*
- ✓ *Detección del modelo matemático.*
- ✓ *Utilización del modelo matemático para calcular el valor de alguna de las variables en función de la otra.*



Secuencia de sesiones

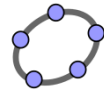


- 1) *Análisis gráfico de $y = mx + n$.*
- 2) *Pendiente de una recta. **Sesión principal***
- 3) *Ecuación de la recta dados dos puntos.*
- 4) *Profundización de la sesión anterior.*
- 5) *Ecuación de una recta conocida la pendiente y un punto de ella. Inicio de fase de automatización.*
- 6) *Continuación de fase de automatización.*
- 7) *Evaluación*

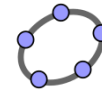
Recursos para implementar la propuesta



- ✓ *Guía de aprendizaje N° 1 para la sesión principal.* 
- ✓ *Guía de aprendizaje N° 2 para el conjunto de sesiones.* 
- ✓ *Animaciones en Geogebra para visualizar propiedades de la función lineal y afín.*



Boleta de luz



Pendiente

Ecuación de la recta dados dos puntos

Objetivo de la sesión:

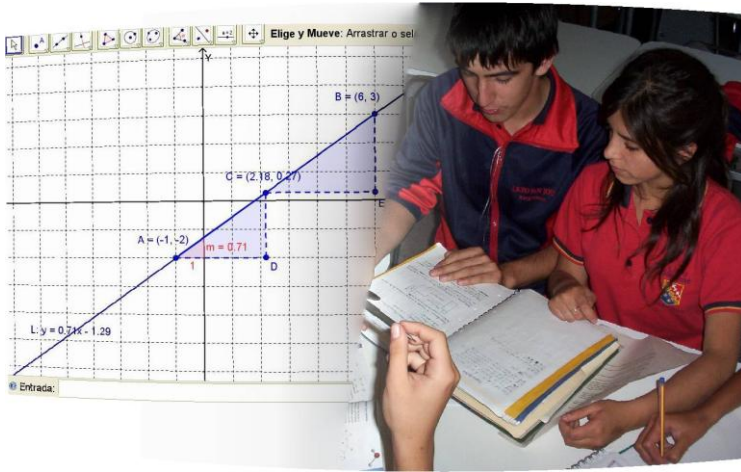
Deducir la fórmula de la ecuación de la recta dados dos puntos, a través del análisis de una situación cotidiana.

Aprendizajes esperados:

Los alumnos y alumnas analizan situaciones y fenómenos que se pueden modelar utilizando las funciones lineal, afín o escalonada; establecen la dependencia entre las variables y la expresan gráfica y algebraicamente. Conocen la expresión algebraica y gráfica de las funciones lineal y afín; traducen de un registro a otro.



Conocimientos previos

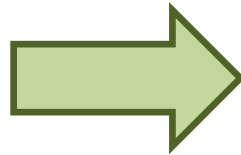


- ✓ Fracciones algebraicas y ecuaciones fraccionarias.
- ✓ Variable dependiente e independiente.
- ✓ Modelos matemáticos de situaciones de la vida diaria.
- ✓ Tabla de valores.
- ✓ Función lineal y afín.
- ✓ Pendiente de la recta, coeficiente de posición.

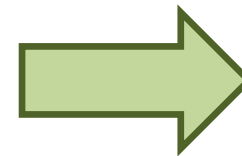
Descripción de la sesión principal



Inicio



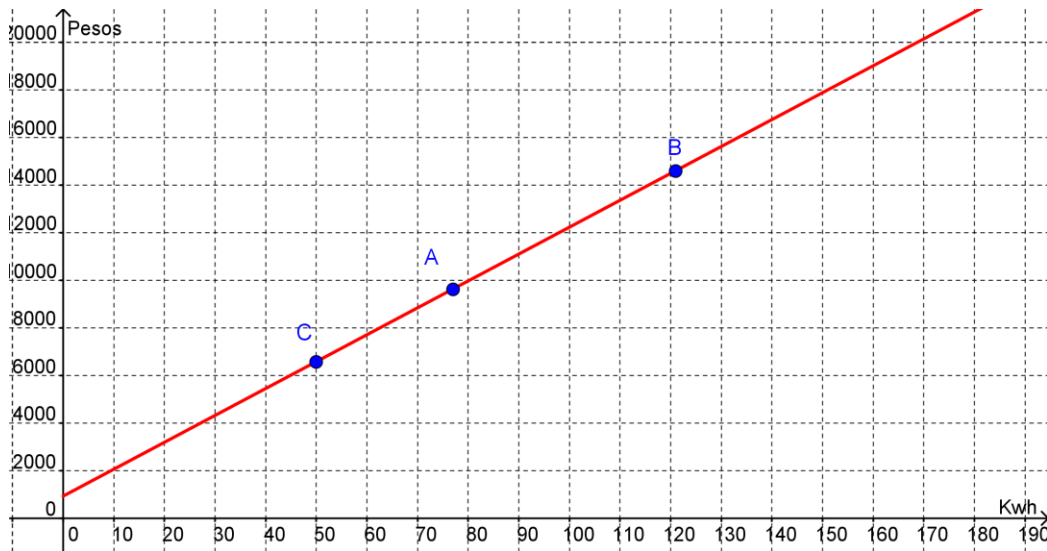
Desarrollo



Cierre

Actividad N° 1

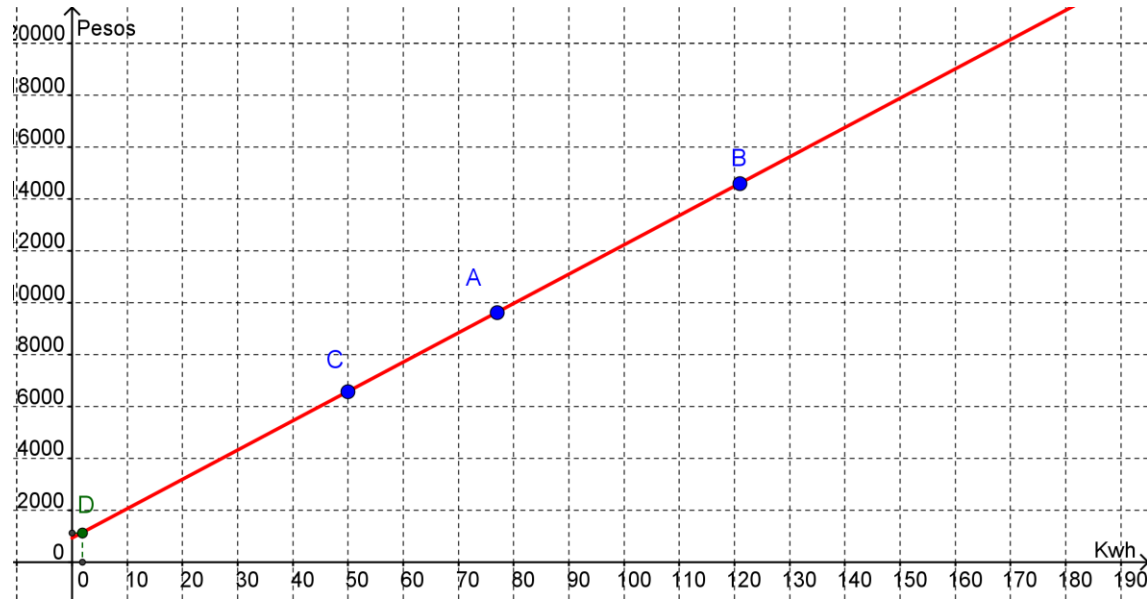
a) ¿Cuál es la interpretación gráfica de los datos de cada cliente?



Cada punto corresponde a la información sobre el consumo de energía de cada cliente, donde la abscisa representa el consumo en Kwh y la ordenada, el valor a pagar.

Actividad N° 1

b) ¿Cuál es el valor del kwh?



$$m_{AB} = \frac{9632 - 6581}{77 - 50} = \frac{3051}{27} = 113 \quad m_{BC} = \frac{14604 - 9632}{121 - 77} = \frac{4972}{44} = 113 \quad m_{AC} = \frac{14604 - 6581}{121 - 50} = \frac{8023}{71} = 113$$



Así realizando el mismo trabajo anterior tenemos 3 posibles resoluciones:

$$m_{DA} = m_{AB} \\ \frac{6581 - d}{50 - 1} = 113 \\ d = 1044$$

$$m_{DA} = m_{BC} \\ \frac{6581 - d}{50 - 1} = 113 \\ d = 1044$$

$$m_{DA} = m_{AC} \\ \frac{6581 - d}{50 - 1} = 113 \\ d = 1044$$

Actividad N° 1



Mediante la proporcionalidad de la diferencia entre dos valores correspondientes de la variable

<i>Familias</i>	<i>Energía eléctrica Kwh</i>	<i>Valor total a pagar \$</i>
<i>Luna</i>	<i>77</i>	<i>9.632</i>
<i>Pavez</i>	<i>121</i>	<i>14.604</i>
<i>Ruiz</i>	<i>50</i>	<i>6.581</i>
<i>Valor Kwh</i>	<i>1</i>	<i>d</i>



$$\frac{50-1}{121-50} = \frac{6581-d}{14604-6581}$$
$$\frac{49}{71} = \frac{6581-d}{8023}$$
$$d = 1044$$

Actividad N° 1

c) Supongamos que el Sr. Reyes, vecino de la familia Ruiz, no le llega la cuenta de electricidad. Como no sabe cuánto pagar, anota las lecturas del medidor del mes anterior 40.907 Kwh y la actual 41.106 Kwh. Si acude hasta la oficina de pago para solicitar la facturación del mes de Marzo, determina:

- ✓ Los Kwh consumidos por la familia Reyes.
- ✓ ¿Cuánto deberá pagar este mes?



Los Kwh consumidos por la familia Reyes fueron:

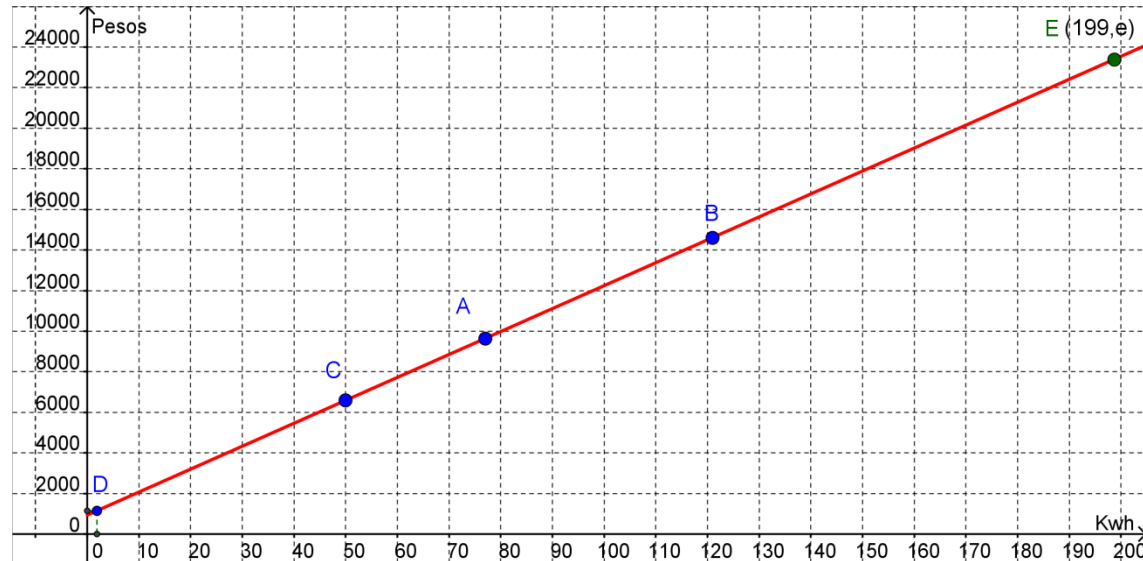
$$41.106 - 40.907 = 199$$

Actividad N° 1

✓ ¿Cuánto deberá pagar este mes?



Necesitamos otro punto que llamaremos E(199,e)



$$m_{AB} = \frac{9632 - 6581}{77 - 50} = \frac{3051}{27} = 113 \quad m_{BC} = \frac{14604 - 9632}{121 - 77} = \frac{4972}{44} = 113 \quad m_{AC} = \frac{14604 - 6581}{121 - 50} = \frac{8023}{71} = 113$$

$$m_{EA} = m_{AB}$$

$$\frac{6581 - e}{50 - 199} = 113$$

$$e = 23418$$

$$m_{EA} = m_{BC}$$

$$\frac{6581 - e}{50 - 199} = 113$$

$$e = 23418$$

$$m_{EA} = m_{AC}$$

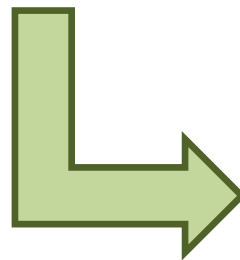
$$\frac{6581 - e}{50 - 199} = 113$$

$$e = 23418$$

Actividad N° 1



<i>Familias</i>	<i>Energía eléctrica Kwh</i>	<i>Valor total a pagar \$</i>
<i>Luna</i>	<i>77</i>	<i>9.632</i>
<i>Pavez</i>	<i>121</i>	<i>14.604</i>
<i>Ruiz</i>	<i>50</i>	<i>6.581</i>
<i>Valor kw/h</i>	<i>1</i>	<i>1044</i>
<i>Sr. Reyes</i>	<i>199</i>	<i>e</i>

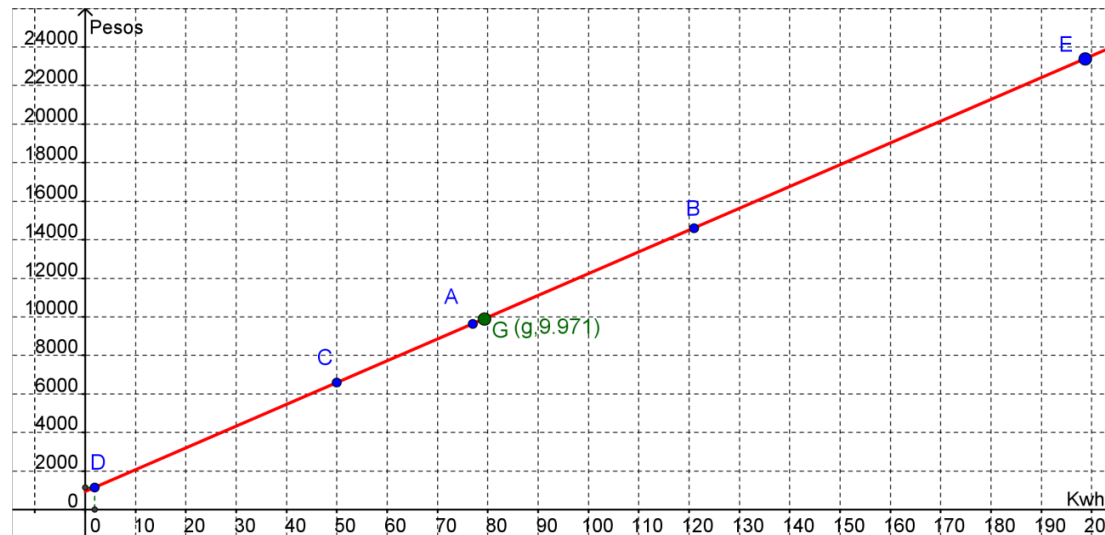


$$\frac{77-199}{77-121} = \frac{9632-e}{9632-14604}$$
$$\frac{122}{44} = \frac{9632-e}{-4972}$$
$$e = 23418$$

Actividad N° 1

d) Si el vecino de la Familia Luna canceló \$9.971 por la cuenta del mes de Marzo, ¿cuántos Kwh consumió durante este mes?

Necesitamos otro punto que llamaremos G(199,e)



$$m_{AB} = \frac{9632 - 6581}{77 - 50} = \frac{3051}{27} = 113 \quad m_{BC} = \frac{14604 - 9632}{121 - 77} = \frac{4972}{44} = 113 \quad m_{AC} = \frac{14604 - 6581}{121 - 50} = \frac{8023}{71} = 113$$

$$m_{BG} = m_{AB}$$

$$\frac{9971 - 23418}{g - 199} = 113$$

$$g = 80$$

$$m_{BG} = m_{BC}$$

$$\frac{6581 - 23418}{g - 199} = 113$$

$$g = 80$$

$$m_{BG} = m_{AC}$$

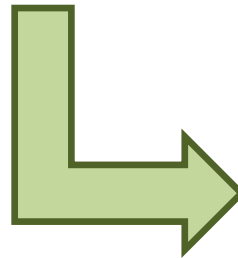
$$\frac{6581 - g}{50 - 199} = 113$$

$$g = 80$$

Actividad N° 1



<i>Familias</i>	<i>Energía eléctrica Kwh</i>	<i>Valor total a pagar \$</i>
<i>Luna</i>	<i>77</i>	<i>9.632</i>
<i>Pavez</i>	<i>121</i>	<i>14.604</i>
<i>Ruiz</i>	<i>50</i>	<i>6.581</i>
<i>Valor kw/h</i>	<i>1</i>	<i>1044</i>
<i>Sr. Reyes</i>	<i>199</i>	<i>23418</i>
<i>Flia. Luna</i>	<i>g</i>	<i>9971</i>



$$\frac{77-g}{77-121} = \frac{9632-9971}{9632-14604}$$
$$\frac{77-g}{-44} = \frac{-339}{-4972}$$
$$g = 80$$

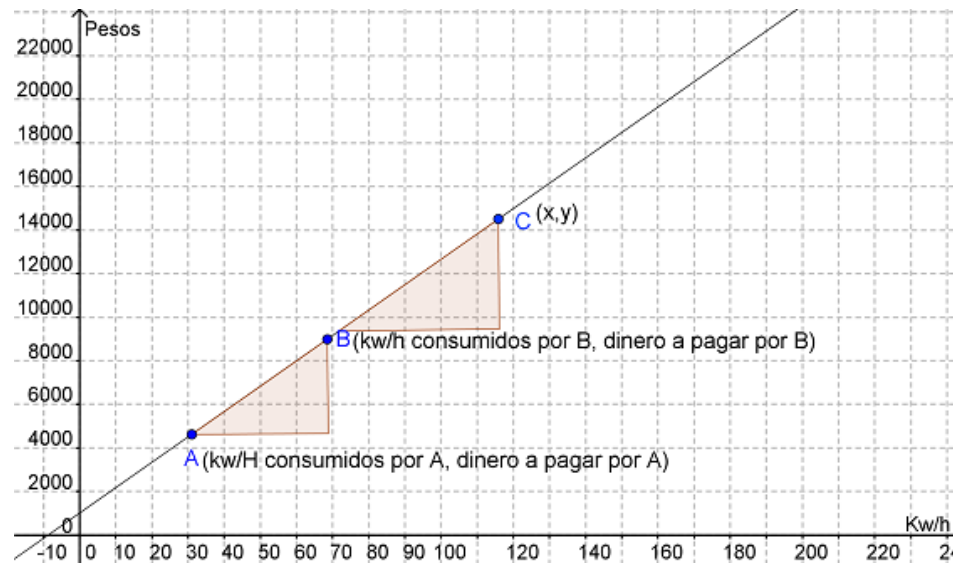
Actividad N° 1

e) La empresa Chilquinta, para emitir las facturas de sus clientes, debe usar un modelo matemático, en el cual los datos de un cliente cualquiera se representan por:

x: la energía consumida en Kwh.

y: el valor total a pagar en pesos.

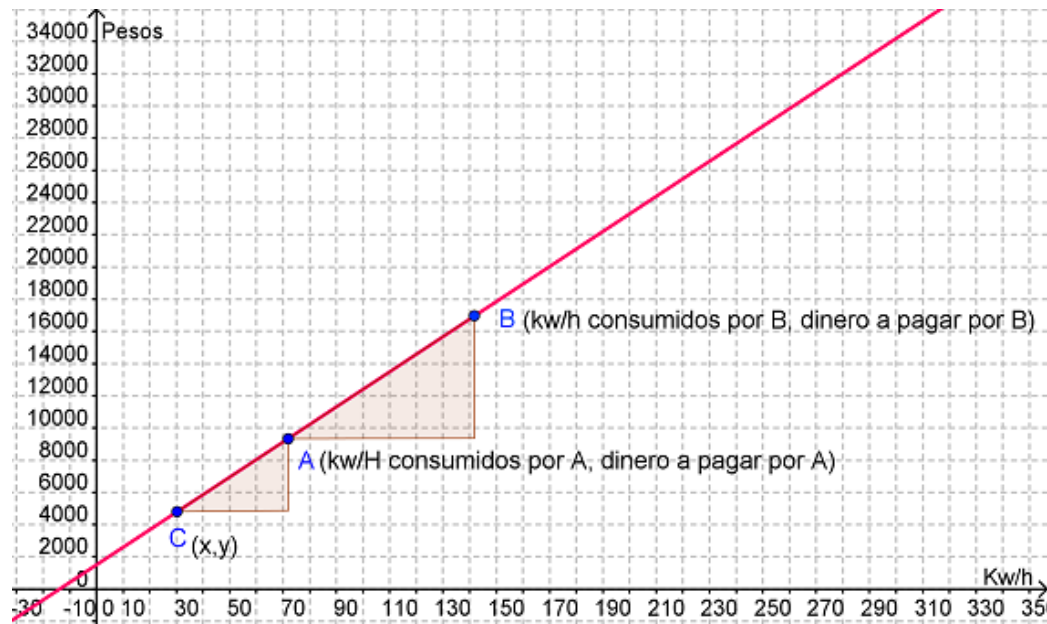
“Encuentra el modelo utilizado por la empresa Chilquinta”



$$\frac{y - \$ \text{ a pagar por B}}{x - \text{kw/h consumidos por B}} = \frac{\$ \text{ a pagar por B} - \$ \text{ a pagar por A}}{\text{kw/h consumidos por B} - \text{kw/h consumidos por A}}$$

Actividad N° 1

Y las formas análogas que puedan surgir, dependiendo de la posición del punto C, por ejemplo:



$$\frac{\$ \text{ a pagar por B} - \$ \text{ a pagar por A}}{\text{kw/h consumidos por B} - \text{kw/h consumidos por A}} = \frac{\$ \text{ a pagar por A} - y}{\text{kw/h consumidos por A} - x}$$

Actividad N° 1



<i>Familias</i>	<i>Energía eléctrica Kwh</i>	<i>Valor total a pagar \$</i>
<i>A</i>	<i>Kw/h consumido por la familia A</i>	<i>\$ a pagar por la familia A</i>
<i>B</i>	<i>x</i>	<i>y</i>
<i>C</i>	<i>Kw/h consumido por la familia C</i>	<i>\$ a pagar por la familia C</i>

$$\frac{y - \$ \text{ a pagar por C}}{x - \text{kw/h consumidos por C}} = \frac{\$ \text{ a pagar por A} - \$ \text{ a pagar por C}}{\text{kw/h consumidos por A} - \text{kw/h consumidos por C}}$$

... y otros procedimientos análogos.

Actividad N° 1

f) ¿Cuál es el número mínimo de clientes necesarios para encontrar la ecuación del problema? Fundamente su respuesta.



Actividad N° 2

1) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(1,5) y B(15,103).

Ya sea por igualdad de pendientes o por proporcionalidad de las diferencias entre las variables se obtienen los mismos resultados:

Método I: dado $C(x, y)$

$$\frac{103 - y}{15 - x} = \frac{103 - 5}{15 - 1} \quad \text{Llegando finalmente a la forma} \quad y = 7x - 2$$

Método II: dado $C(x, y)$

$$\frac{y - 103}{x - 15} = \frac{5 - 103}{1 - 15} \quad \text{Llegando finalmente a la forma} \quad y = 7x - 2$$

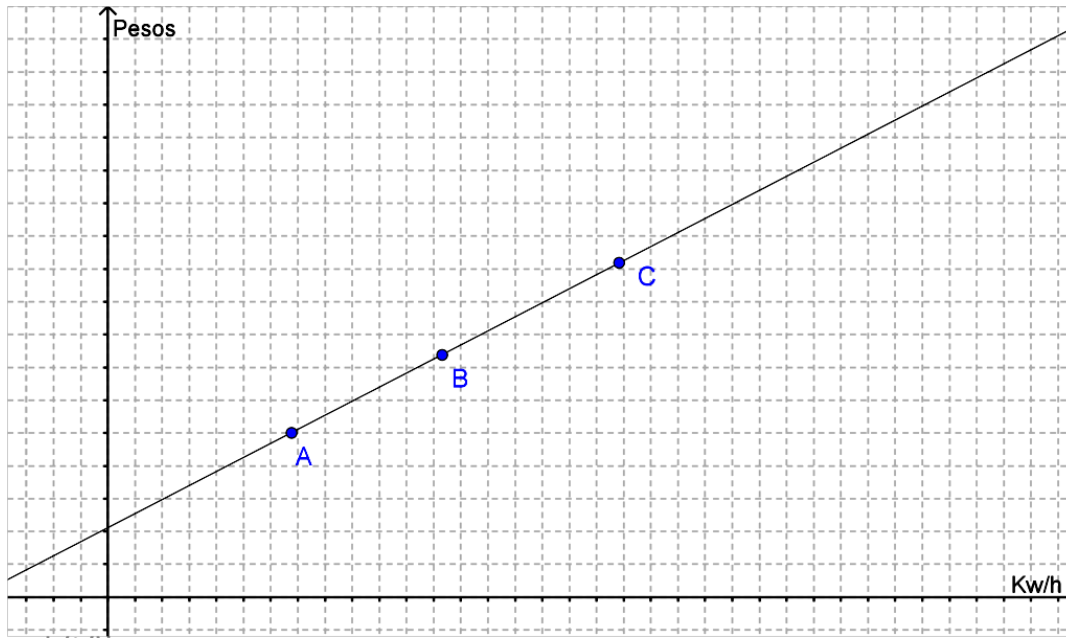
Método III: dado $C(x, y)$

$$\frac{103 - 5}{15 - 1} = \frac{5 - y}{1 - x} \quad \text{Llegando finalmente a la forma} \quad y = 7x - 2$$

Actividad N° 2

2) Encontrar la ecuación de la recta si conocemos dos puntos de ella.

- ✓ Suponga que los puntos conocidos se representan por $A(x_A, y_A)$ y $B(x_B, y_B)$ y un punto genérico $C(x, y)$.
- ✓ Grafícalos.
- ✓ Ayúdate de la síntesis que hiciste en la Actividad 1 y del trabajo del ejercicio anterior.



$$\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Análisis Didáctico de la Sesión

Organización Matemática

Objeto del estudio:

Ecuación de la Recta que pasa por dos puntos.

Tarea

T : Encontrar la ecuación de una recta.

Tipos de Tareas:

T₁: Determinar los Kwh conociendo el valor a pagar y viceversa.

T₂: Determinar la Ecuación que modela la cuenta de electricidad.



Análisis Didáctico de la Sesión

Técnicas

τ_1 :

- ✓ Calcular la pendiente de una recta determinada por dos pares de puntos.
- ✓ Escribir una igualdad con las pendientes encontradas.
- ✓ Transformar la igualdad en una expresión sin fracciones.
- ✓ Despejar la variable "y".



Análisis Didáctico de la Sesión

Técnicas

τ_2 :

- ✓ Construir la representación gráfica de una función lineal.
- ✓ Calcular la pendiente de dos pares de puntos.
- ✓ Escribir una igualdad con las pendientes encontradas.
- ✓ Transformar la igualdad en una expresión sin fracciones.
- ✓ Despejar la variable “y”, con el propósito de encontrar el modelo matemático que relaciona Kwh y valor a pagar.



Análisis Didáctico de la Sesión



Tecnología

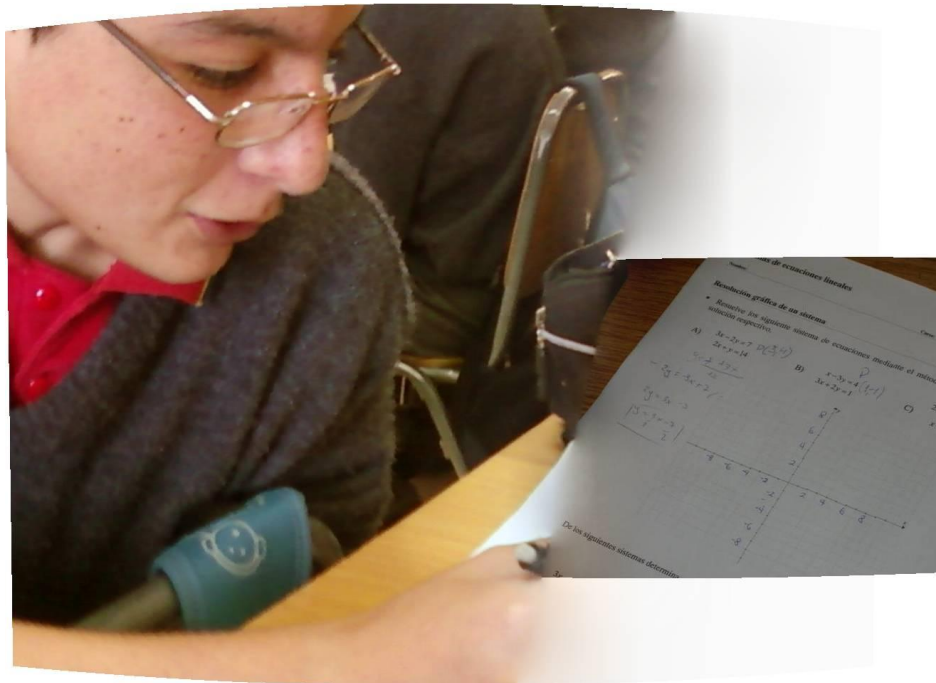
θ_1 :

- ✓ Pendiente de una recta.
- ✓ Ecuación fraccionaria.

θ_2 :

- ✓ Gráfica de una recta en un sistema Cartesiano.
- ✓ Pendiente de una recta.
- ✓ Ecuación fraccionaria.
- ✓ Ecuación $y = mx + n$.

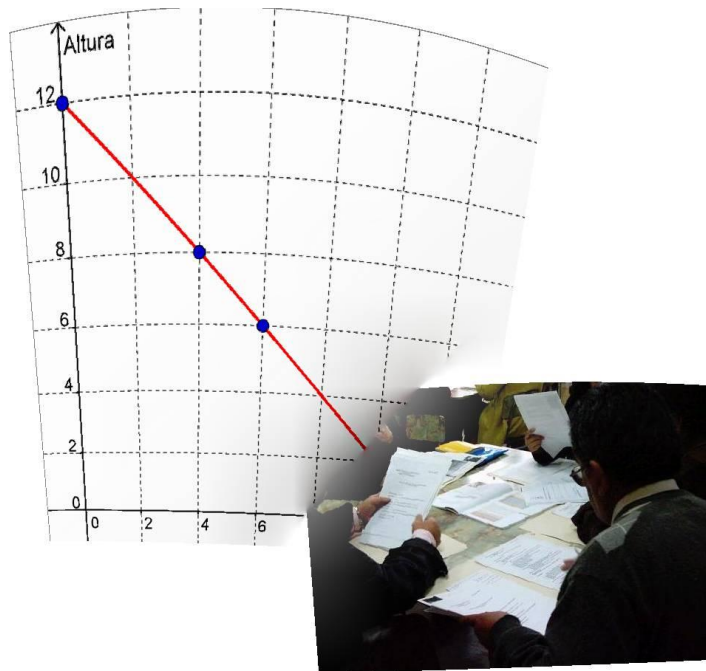
Análisis Didáctico de la Sesión



Teoría

- ✓ Función afín y lineal.
- ✓ Ecuación de la recta.

Análisis Didáctico de la Sesión



Organización Didáctica

Primer encuentro:

Se presenta la situación de la cuenta de electricidad (Actividad N° 1).

Momento Exploratorio:

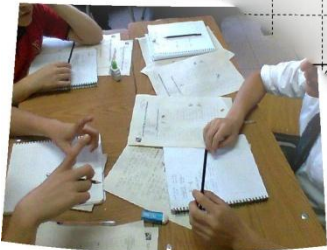
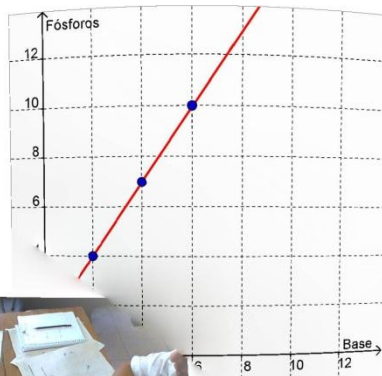
Los alumnos:

- ✓ Analizan y exploran el problema.
- ✓ Encuentran el modelo matemático que relaciona la energía consumida en Kwh y el valor total a pagar.

Análisis Didáctico de la Sesión

Momento de Institucionalización 1

El profesor junto a los alumnos realizan una síntesis del trabajo realizado hasta el momento.



Momento del Trabajo

Se les propone a los estudiantes la Actividad N°2, pero en un contexto más general.

Análisis Didáctico de la Sesión

Momento Tecnológico - Teórico:

En la segunda pregunta de la actividad N°2, se plantea encontrar la ecuación de la recta dados dos puntos cualesquiera y un tercer punto de coordenadas genéricas.

Momento de Institucionalización 2:

Nuevamente los estudiantes junto al profesor, sintetizan el trabajo realizado y comentan los procedimientos utilizados.

Momento de Evaluación:

No se emplea este momento en esta sesión.

