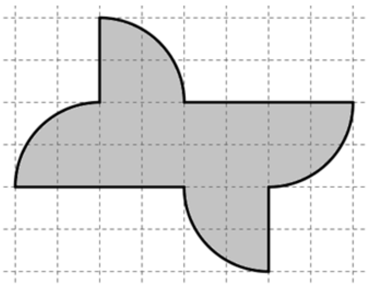
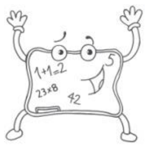
Guía 7

Área y perímetro de sectores circulares

Curso	8° Año Básico A – B – C
Capacidad	Resolver Problemas
Destreza	Desarrollar estrategias o procedimientos
Valor	Responsabilidad
Actitud	Perseverancia
Profesor	Fernando Pavez Peñaloza



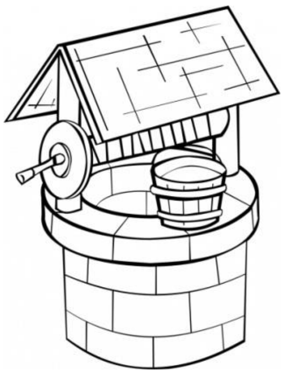


Aprendizajes Esperados

a) Caracterizar la circunferencia y el círculo como lugares geométricos.
b) Calcular el perímetro de circunferencias y de arcos de ellas.
c) Calcular el área del círculo y de sectores de él.

Actividades de exploración

1) **Construcción de una noria**



De acuerdo con la experiencia acumulada a través de miles de años, el hombre se ha dado cuenta que para construir una noria, lo más eficiente es construir un pozo circular.

Supongamos que a un maestro constructor se le encarga construir una noria, y para iniciar su trabajo de excavación, traza la superficie sobre la cual deberá comenzar a remover la tierra.

¿Cómo demarcará la superficie de trabajo? ¿Con qué materiales lo hará? Explica.

Comenta la respuesta con tu compañero de banco y piensen en cómo lo haría un maestro de la construcción.

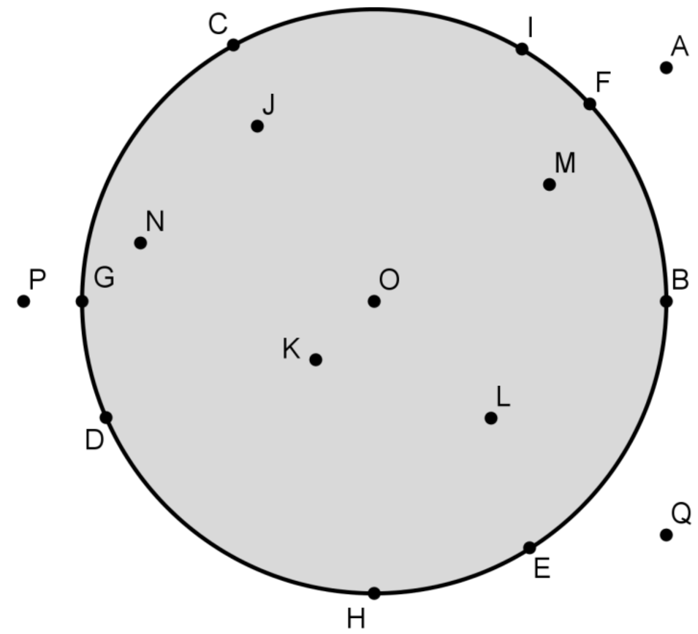
Luego discutan sus procedimientos junto a su profesor y compañeros de curso.

Observando y reflexionando

Ver applet **32_Traza_circunferencia_estaca**

2) **Circunferencia versus círculo**

Considere la siguiente figura:



Con una regla mide las longitudes que se piden y registra estos valores en la siguiente tabla:

OA =	OE =	OI =	OM =
OB =	OF =	OJ =	ON =
OC =	OG =	OK =	OP =
OD =	OH =	OL =	OQ =

¿Qué condición cumplen los puntos que están en la zona gris?

¿Qué propiedad cumplen los puntos que están sobre la línea de color negro?

¿Qué caracteriza a los puntos que están en la zona blanca?

¿Cuál es el valor de la longitud OO?

Con tus propias palabras define los siguientes conceptos:

Circunferencia

Círculo

Junto a tus compañeros y profesor redacten una definición formal de círculo y circunferencia:

Definición de Circunferencia

Definición de Círculo

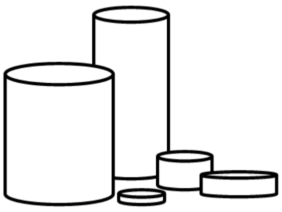
Observando y reflexionando

Ver y comentar el applet **33_Circunferencia_versus_círculo**

3) Investigando el número π

En Matemáticas e innumerables situaciones de la vida diaria, está presente este famoso número que se simboliza por la letra griega π (pi).

A continuación realizaremos una actividad experimental con los envases cilíndricos que solicitó el profesor. Con una cinta de papel rodea cada objeto cilíndrico y marca sobre ella una vuelta. Luego extiende la cinta y mide con una regla la longitud de una vuelta. Además, mide el diámetro de este objeto y registra los valores de las mediciones en la siguiente tabla:



Objeto	Longitud de una vuelta P	Longitud del diámetro d	Cálculo de π = P : d

Calcula el promedio de las 10 divisiones realizadas (P: d) ¿Cuál es su valor? ¿Cómo es este valor con respecto al que obtuvo el resto de los compañeros del curso?

Registra en la siguiente tabla los valores decimales de π = P: d, de acuerdo con:

Experimental	$\pi =$
Calculadora científica	$\pi =$
Software Derive	$\pi =$

Observando y reflexionando

Ver y comentar el applet **34Pi**

4) **En busca de fórmulas para calcular el perímetro de una circunferencia**

En la actividad anterior se obtuvo como conclusión que el perímetro de una circunferencia equivale a:

$$\boxed{P = \pi \cdot d} \Rightarrow \boxed{P = \pi \cdot (2 \cdot r)} \Rightarrow \boxed{P = 2 \cdot \pi \cdot r}$$

Por lo tanto, las fórmulas para calcular el perímetro de una circunferencia son:

$$P = \pi \cdot d$$
$$P = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Cuando necesitemos dar una respuesta con números decimales, usaremos una aproximación de π:

$$\pi \approx 3,14$$

Desafío

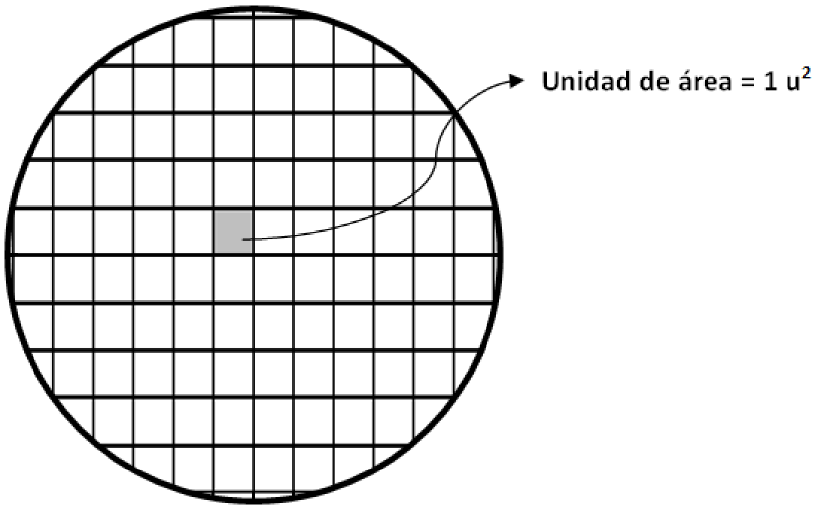
Alrededor de un rectángulo cuyos lados miden 4 y 8 centímetros, respectivamente, gira una circunferencia de 2 cm de radio, de modo que se mantiene permanentemente en contacto con ella. Si la circunferencia da una vuelta completa al rectángulo, ¿cuál es la longitud de la línea que describe el centro de la rueda?

Observando y reflexionando

Ver y comentar el applet **35_Rueda_rectángulo**

5) **Área de un círculo**

Considere el círculo de la siguiente imagen:



¿Cuántos cuadraditos, aproximadamente, están contenidos en la región circular anterior?

¿Qué dificultades presenta este método de contar cuadraditos?

> **Medir** el área de un círculo consiste en **contabilizar** cuántas unidades de área (cuadraditos) están contenidos en el círculo.

Fórmula para calcular el área del círculo

$$\boxed{A = \pi \cdot r^2}$$

El área sólo depende de la longitud del radio **r**

Observando y reflexionando

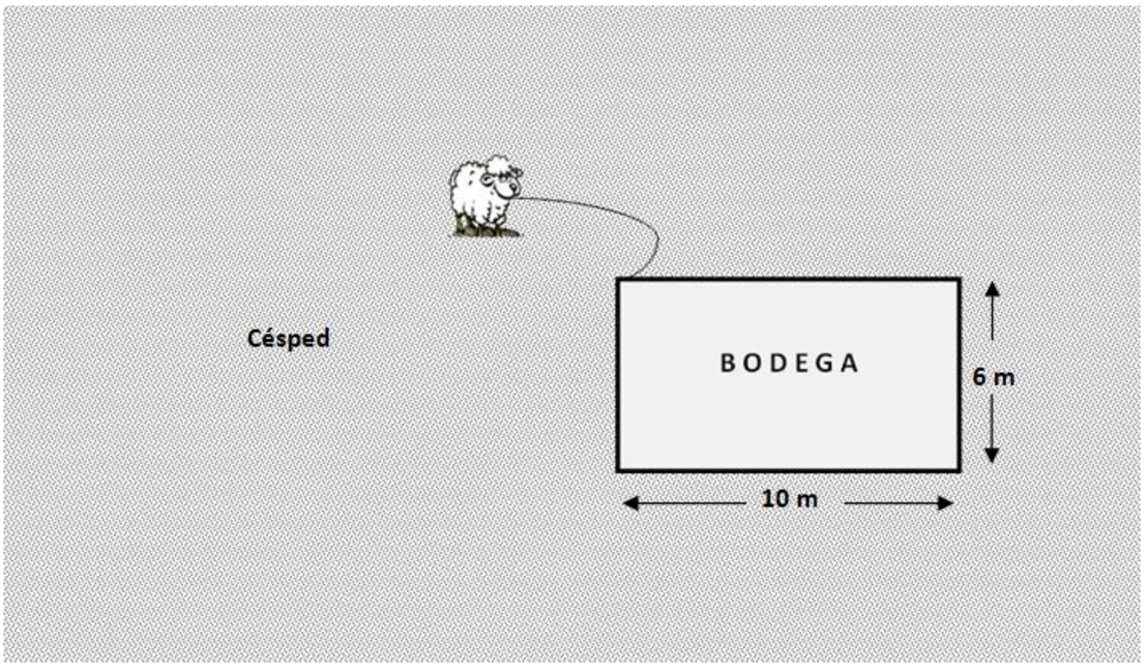
Ver y comentar los applets:

- 36_Área_círculo
- 36_Área_círculo_paralelógramo

Desafío

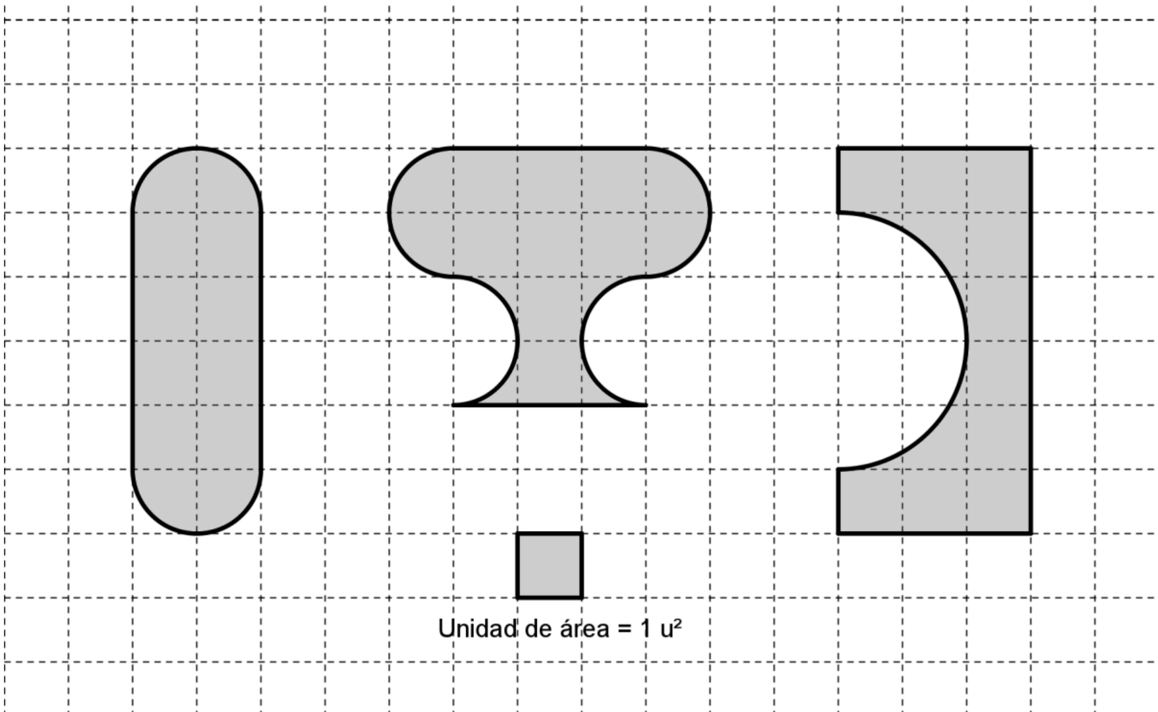
En la esquina exterior de una bodega se amarra una oveja mediante una cuerda 9 metros de longitud (ver figura). La bodega está rodeada por pasto y la oveja queda atada por un tiempo que le permita comer todo el pasto que esté a su alcance.

¿Cuántos metros cuadrados de pasto puede comer la oveja?



6) **Buscando la mejor estrategia**

Considere la siguiente imagen:

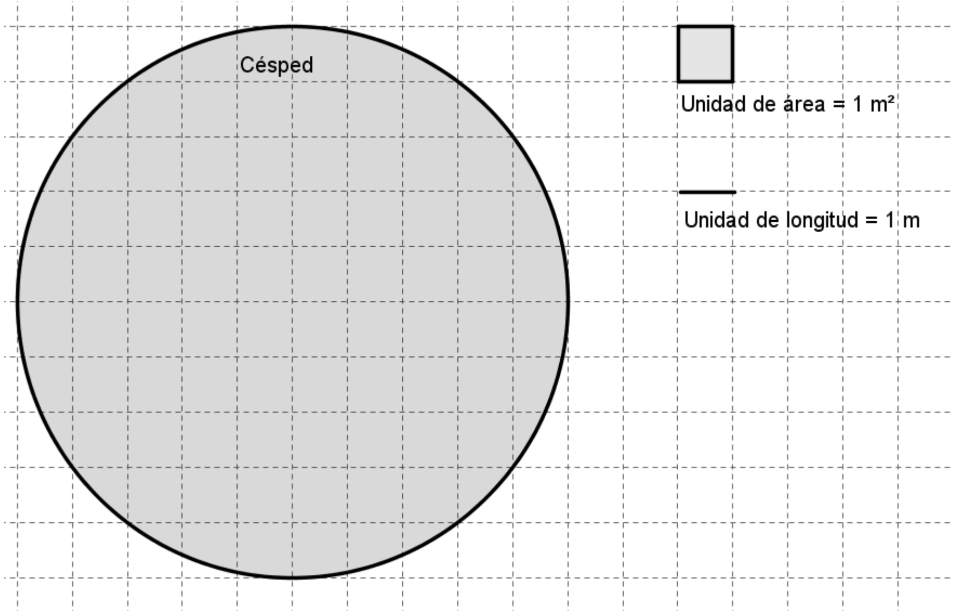


En cada figura, calcular el área sombreada.

Sintetizando el trabajo realizado

Junto a tu profesor y compañeros, discutir las diferentes estrategias utilizadas.

7) **Perímetro versus área de un círculo**



Un jardín de forma circular debe ser sembrado con pasto y cerrado con una malla (ver figura). El metro de malla tiene un costo de $1.200 y la bolsa de semilla de $3.400. Además, cada bolsa de semilla posee un rendimiento de 30 m^2.

¿Cuántos metros de malla se necesitan para cerrar el jardín? ¿Cuál es el costo total de esta malla?

¿Cuántas bolsas de semilla se deben comprar? ¿Cuál es el costo total de la semilla?

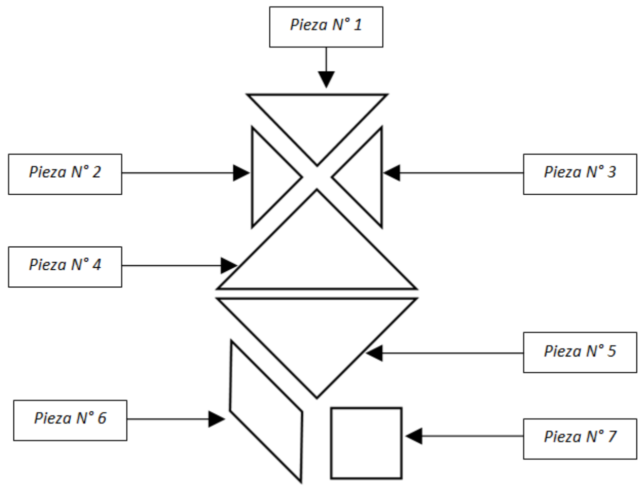
¿Cuál es la diferencia entre Perímetro y Área?

Observando y reflexionando

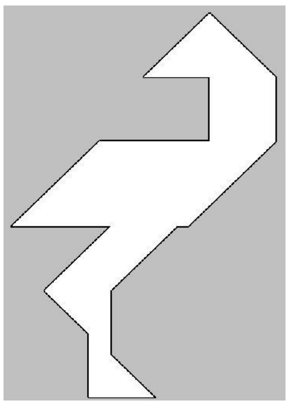
Ver y comentar el applet **37_Perímetro_versus_área**

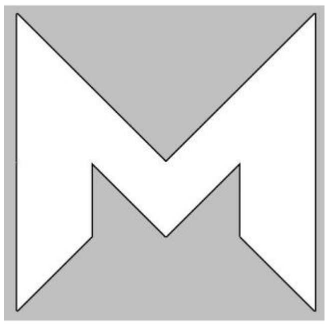
Usando el tangrama chino

Considere las siete piezas del tangrama chino:



Con las piezas del este puzle, formar las siguientes figuras y, en cada una de ellas, utilizando una regla, calcular el área y perímetro correspondiente:

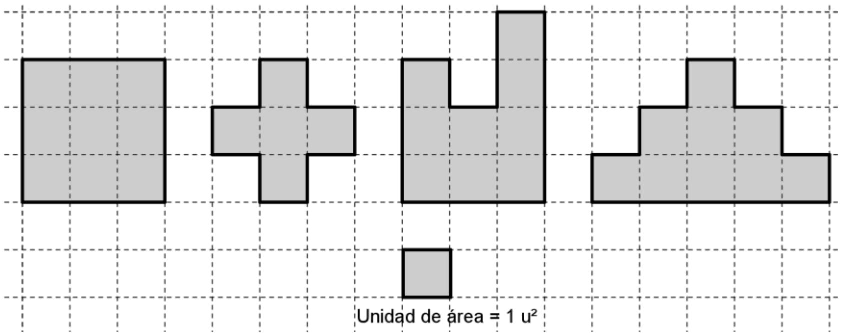




¿Qué puede concluir acerca del área y perímetro de cada una de estas figuras?

8) **Transformando figuras en una cuadrícula**

a) Calcular el área y perímetro de cada una de las figuras de la cuadrícula.

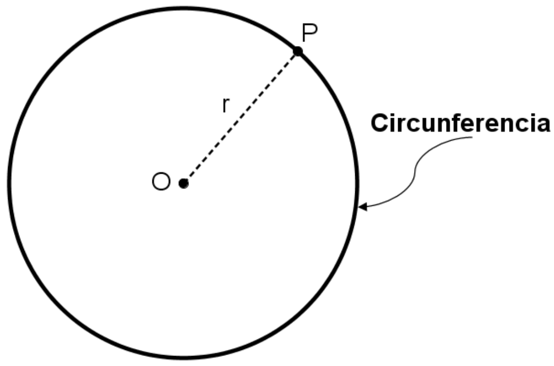


b) ¿Qué conclusiones puedes sacar en esta actividad?

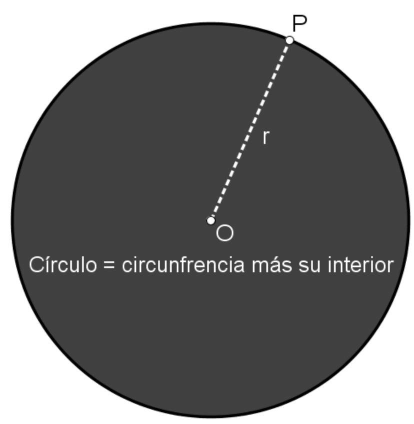
Los conocimientos fundamentales

1) La circunferencia y círculo como lugares geométricos

Dado un **punto O** y una **distancia r**, se llama **circunferencia** de centro **O** y radio **r** al conjunto de todos los puntos **P** del plano que están a la distancia **r** del punto **O**.



Dado un **punto O** y una **distancia r**, se denomina **círculo** de centro **O** y radio **r** al conjunto de todos los puntos **P** del plano que están a una distancia menor o igual a **r** del punto **O**.



Observando y reflexionando

Ver y comentar el applet **37_Perímetro_versus_área**

2) El número π

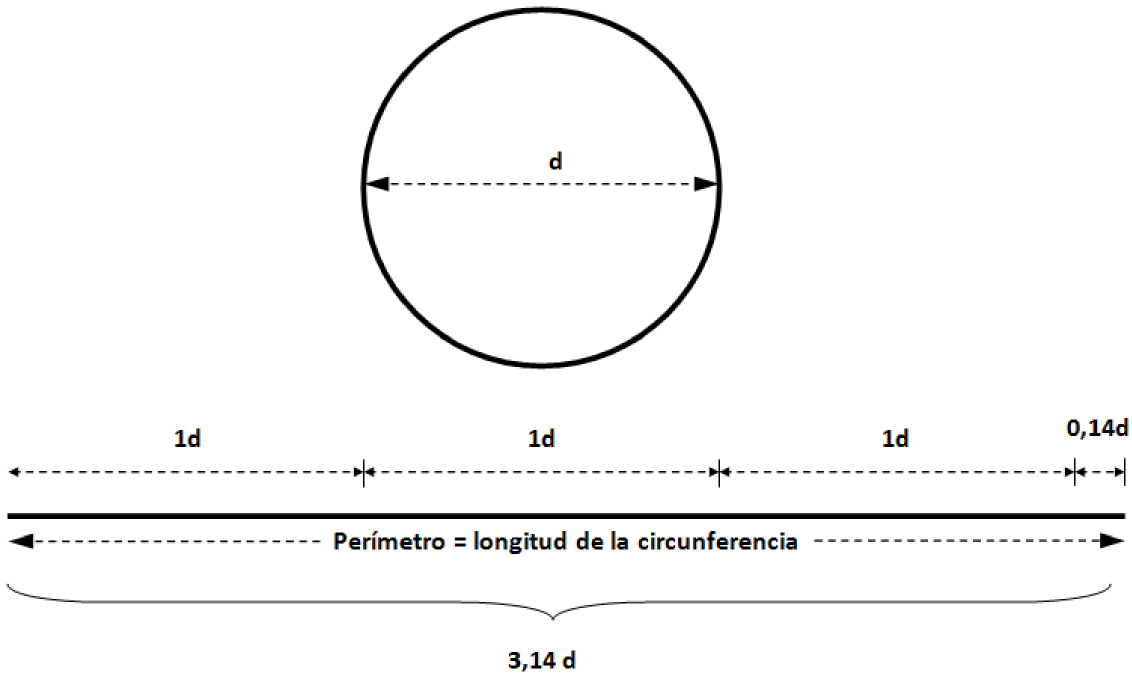
Según la Real Academia Española, uno de los significados de la palabra “periferia” es: *contorno de un círculo, circunferencia*. En griego la palabra periferia se escribe "περιφέρεια". Podemos notar que esta palabra comienza con la letra π, de aquí se deduce que existe una relación entre este número y el perímetro de una circunferencia.

Propiedad (admitida)

Si consideramos todas las circunferencias del plano, **el perímetro y su correspondiente diámetro, son directamente proporcionales**.
La **constante de proporcionalidad** se designa con la letra griega $\boldsymbol{\pi}$.

$$\frac{\textbf{Perímetro de una circunferencia}}{\textbf{Diámetro correspondiente}} = \frac{P}{d} = \pi$$

π = **3,141592653589793238462643383279502884197169**… (Con 50 decimales)



El número p en la calculadora científica

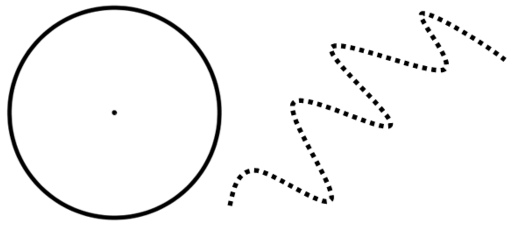
SHIFT + π

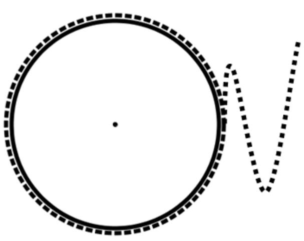
Con **MODE…Fix** se puede controlar la cantidad de decimales a utilizar.

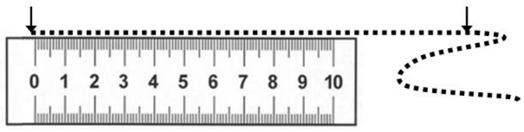
3) Perímetro y área de un círculo

La siguiente tabla permite comparar los procesos de medición y cálculo del perímetro de una circunferencia.

<table>
<tr><th>MEDIR el perímetro</th><th>CALCULAR el perímetro</th></tr>
<tr><td colspan="2">¿Qué tienen en común estos dos procesos?
Ambos procesos permiten determinar la longitud de una circunferencia.
Por ejemplo, para un ciclista que corre en una pista circular, determinar la cantidad de metros que recorre en una vuelta a ella.</td></tr>
<tr><td colspan="2">¿En qué se diferencian?</td></tr>
<tr><td>Es un método de medición experimental y poco preciso. Por ejemplo, medir la longitud circular de una olla.

<u>Paso 1</u>
Se utiliza una lienza para transportar la medida (línea punteada).


<u>Paso 2</u>
Con la lienza se rodea a la olla.


<u>Paso 3</u>
Se estira la lienza y se mide su longitud.
</td>
<td>Es un método basado en una fórmula que entrega un resultado exacto.
Sólo se requiere saber la longitud del radio o el diámetro de la circunferencia.

<u>Fórmulas</u>
$P = 2 \cdot \pi \cdot r$ r: Radio
$P = 2 \cdot \pi \cdot d$ d: Diámetro

Supongamos que la olla del ejemplo mide 20 cm, entonces su perímetro mide:
$P = 2 \cdot \pi \cdot 20$ (cm)
$P = 40 \cdot \pi$ (cm)
Podemos obtener un valor aproximado, utilizando π con la cantidad de decimales que se requiera, por ejemplo $\pi \approx 3{,}14$:
$P \approx 2 \cdot 3{,}14 \cdot 20$ (cm)
$P \approx 125{,}6$ (cm)

En resumen, la olla tiene un perímetro exacto de $\mathbf{40 \cdot \pi}$ (cm) y un perímetro aproximado de $\mathbf{125,6}$ (cm).</td></tr>
</table>

La siguiente tabla permite comparar los procesos de medición y cálculo del área de un círculo:

MEDIR el área $\Longleftrightarrow$ **CALCULAR el área**

¿Qué tienen en común estos dos procesos?

Ambos procesos permiten obtener la medida de la extensión de una superficie plana.

Por ejemplo, para sembrar un jardín de forma circular, se necesita saber cuántos metros cuadrados cubre esta superficie.

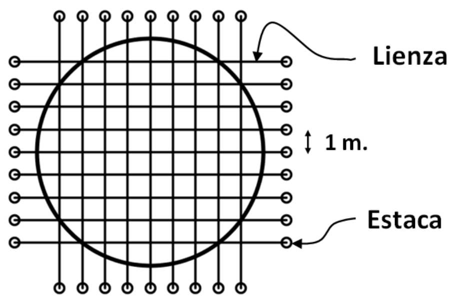
¿En qué se diferencian?

Es un **método de medición experimental** y poco práctico, además, es impreciso.

Por ejemplo, supongamos que se desea medir el área de un jardín de radio 5 m.

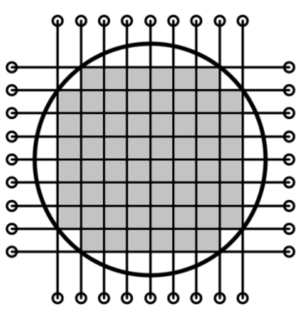
Paso 1

Sobre el terreno se diseña una cuadrícula mediante estacas y lienzas, de modo de cada cuadrado tenga lados de longitud 1 m.



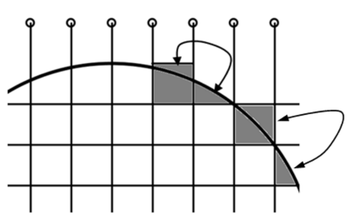
Paso 2

Se contabilizan los cuadrados enteros, en este caso, 60 m^2.



Paso 3

Los cuadrados incompletos se van asociando de manera de que, aproximadamente, formen un cuadrado entero. En nuestro ejemplo, podemos llegar a valores entre 25 y 30 m^2.



De esta forma, el área estaría comprendida entre 75 y 80 m^2.

Es un método que se fundamenta en **la aplicación de una fórmula** y posee la ventaja de entregar un resultado exacto.

Sólo se requiere saber la longitud del radio de la circunferencia.

Fórmula

$$\boxed{A = \pi \cdot r^2 \qquad r\text{: Radio}}$$

Para calcular el área del jardín aplicamos la fórmula anterior:

$$A = \pi \cdot 5^2 \ (m^2)$$
$$A = 25 \cdot \pi \ (m^2)$$

Aproximado $\pi \approx 3{,}14$, podemos obtener un valor aproximado del área del jardín:

$$A \approx 25 \cdot 3{,}14 \ (m^2)$$
$$A \approx 78{,}5 \ (m^2)$$

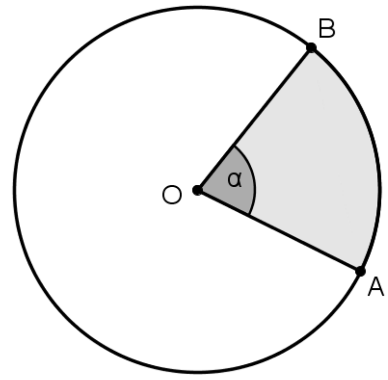
En síntesis, el jardín tiene un **área exacta de $25 \cdot \pi$ (m^2)** y un **área aproximada de $78{,}5$ (m^2).**

4) Perímetro y área de sectores circulares

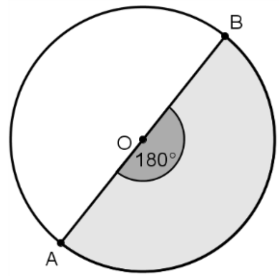
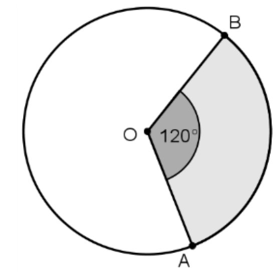
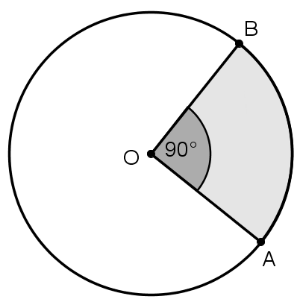
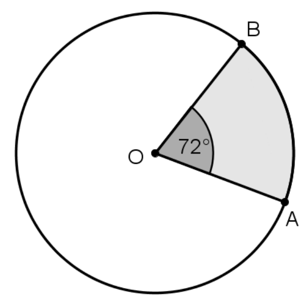
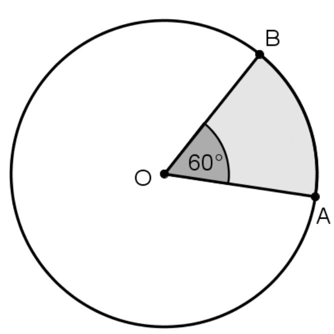
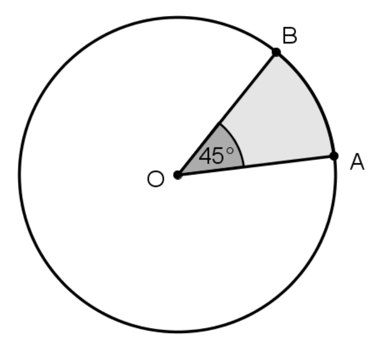
El **sector circular** es una parte o fracción del círculo (ver figura).

Para determinar qué **fracción** del círculo es el sector circular, debemos comparar la medida del ángulo α (en grados) con 360° (medida que le corresponde al círculo completo).

$$Fracción = \frac{\alpha°}{360°}$$



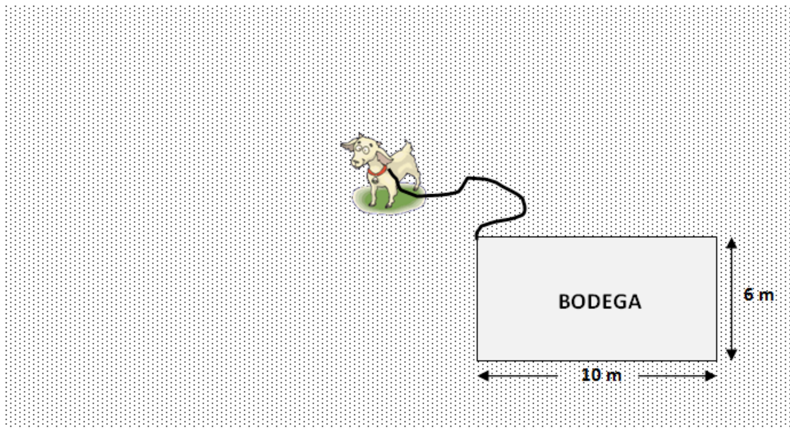
Sectores circulares típicos

La mitad: $\alpha=\frac{360°}{2}$  $Fracción = \frac{180°}{360°} = \frac{1}{2}$	**La tercera parte:** $\alpha=\frac{360°}{3}$  $Fracción = \frac{120°}{360°} = \frac{1}{3}$
La cuarta parte: $\alpha=\frac{360°}{4}$  $Fracción = \frac{90°}{360°} = \frac{1}{4}$	**La quinta parte:** $\alpha=\frac{360°}{5}$  $Fracción = \frac{72°}{360°} = \frac{1}{5}$
La sexta parte: $\alpha=\frac{360°}{6}$  $Fracción = \frac{60°}{360°} = \frac{1}{6}$	**La octava parte:** $\alpha=\frac{360°}{8}$  $Fracción = \frac{45°}{360°} = \frac{1}{8}$

Ejemplo 1

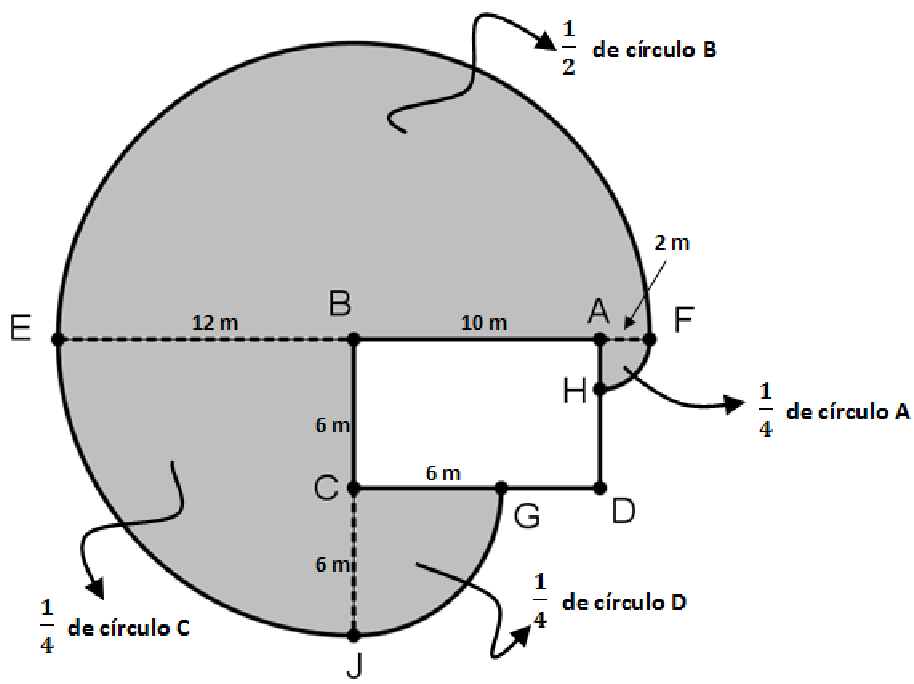
Una cabra se amarra en la esquina de una bodega mediante una cuerda de 12 metros de longitud (ver figura). El exterior de la bodega posee abundante pasto y la cabra permanece por un tiempo suficiente, de modo que le permita comer todo el pasto que está a su alcance.

Calcular el área de la superficie de pasto que se comió.



Desarrollo

La imagen muestra la superficie que está al alcance de la cabra y los sectores en que se puede dividir:



En primer lugar, se calcula el área de cada sector y luego se suman:

Sector A

Radio AF = 2 m

Área $= \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = \frac{\pi \cdot 4}{4} = \pi \ (m^2)$

Sector B

Radio AF = 2 m

Área $= \frac{\pi \cdot 12^2}{2} = \frac{\pi \cdot 144}{2} = 72\pi \ (m^2)$

Sector C

Radio AF = 2 m

Área $= \frac{\pi \cdot 12^2}{4} = \frac{\pi \cdot 144}{4} = 36\pi \ (m^2)$

Sector D

Radio AF = 2 m

Área $= \frac{\pi \cdot 6^2}{4} = \frac{\pi \cdot 36}{4} = 9\pi \ (m^2)$

Área pasto = A + B + C + D (m^2)

Área pasto = $\pi + 72\pi + 36\pi + 9\pi \ (m^2)$

Área pasto = $118\pi \ (m^2)$

Área pasto $\approx 118 \cdot 3{,}14 \ (m^2)$ (aprox. con 2 decimales)

Área pasto $\approx 370{,}52 \ (m^2)$

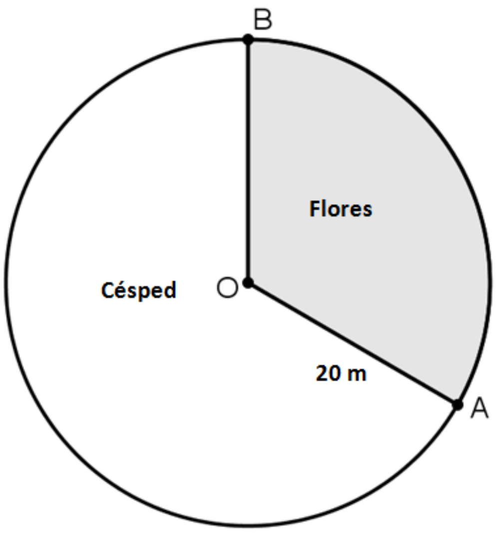
Respuesta

La superficie de pasto que se comió la cabra mide 370,72 (m^2), aproximadamente.

Ejemplo 2

La figura muestra un jardín de forma circular, el cual se necesita en dividir en dos zonas: una para el césped y otra para plantar hermosas flores. La zona de las flores debe ser un tercio del jardín, y para protegerlas, se necesita cerrarla con una malla que tiene un costo de $2.500 por metro.

Si el radio del círculo mide 20 metros, ¿cuál es el costo de cerrar el terreno destinado a las flores?



Desarrollo

En este problema se necesita calcular el perímetro de la zona de las flores (color gris en la figura), es decir, el contorno de esta superficie:

$P = medida(\overline{OA}) + medida(\overline{OB}) + medida(arco\ AB)$

Pero las longitudes de estas líneas son:

a) $medida(\overline{OA}) = 20\ (m)$

b) $medida(\overline{OB}) = 20\ (m)$

c) $medida(arco\ AB) = \frac{2 \cdot \pi \cdot 20}{4}\ (m)$

$medida(arco\ AB) = \frac{80 \cdot \pi}{4}\ (m)$

$medida(arco\ AB) = 20\pi\ (m)$

$medida(arco\ AB) \approx 20 \cdot 3{,}14\ (m)$

$medida(arco\ AB) \approx 62{,}8\ (m)$

Sumando las tres longitudes anteriores obtenemos:

$P \approx 20 + 20 + 62{,}8 = 102{,}8\ (m)$

Para calcular el costo, resolvemos la siguiente multiplicación:

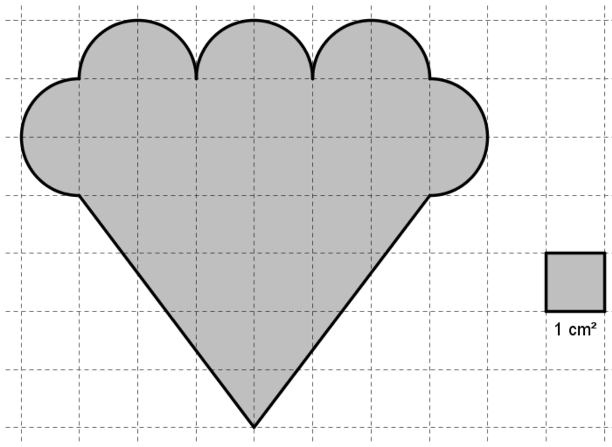
$Costo \approx 102{,}8 \cdot 2.500 = 257.000\ (pesos)$

Por lo tanto, el costo para cerrar el sector de las flores tiene un costo aproximado de $257.000

5) Área y perímetro de figuras sombreadas

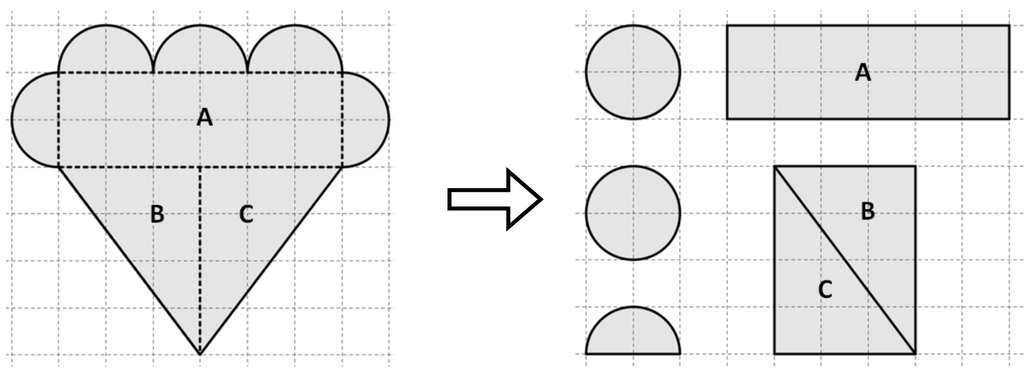
a) Por adición de figuras conocidas

Calcular el área y perímetro de la figura sombreada.



Cálculo del área

La figura se puede descomponer de varias formas, aquí mostraremos una de ellas:



$$A = \pi \cdot 1^2 + \pi \cdot 1^2 + \frac{\pi \cdot 1^2}{2} + 6 \cdot 2 + 3 \cdot 4 \quad (cm^2)$$

$$A = \pi \cdot 1 + \pi \cdot 1 + \frac{\pi \cdot 1}{2} + 12 + 12 \quad (cm^2)$$

$$A = \pi + \pi + 0{,}5\pi + 12 + 12 \quad (cm^2)$$

$\boldsymbol{A = 2,5\pi + 24 \quad (cm^2)}$ **¡Valor exacto!**

$\boldsymbol{A \approx 31,85 \quad (cm^2)}$ **¡Valor aproximado!**

Cálculo del Perímetro

La figura no se puede descomponer, el perímetro se calcula con la figura original.

Paso 1

Las líneas circulares (a, b, c, d y e) equivalen a 5 semicircunferencias iguales, por lo tanto la longitud de una de ellas es:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot 1}{2} = \pi \quad (cm)$$

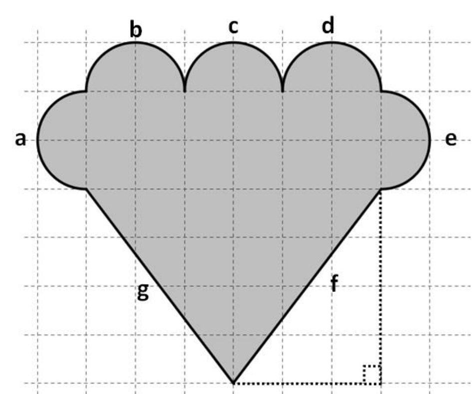
La suma de estas semicircunferencias equivale a:

$$a + b + c + d + e = 5\pi \quad (cm)$$

Paso 2

Las líneas g y f tienen la misma longitud. En la figura se observa, que f es la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 3 y 4 centímetros. Su longitud se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras:

$$f^2 = 3^2 + 4^2$$
$$f^2 = 9 + 16$$
$$f^2 = 25$$
$$f = 5 \quad (cm)$$

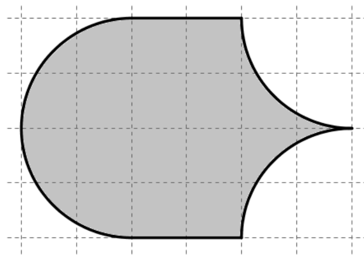


Paso 3

El perímetro exacto es $\boldsymbol{P = 5\pi + 10 \quad (cm)}$

El perímetro aproximado es $\boldsymbol{P \approx 25,7 \ (cm)}$

b) Transformación de la figura en otra conocida

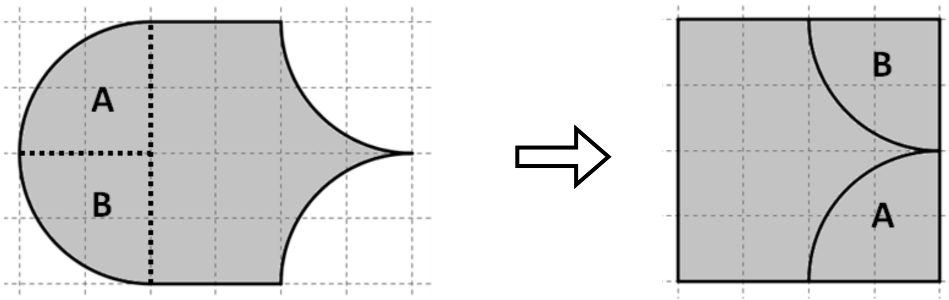


Calcular el área y perímetro de la figura sombreada.

Cálculo del área

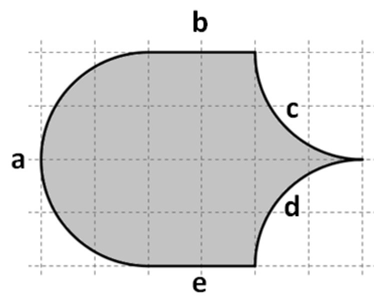
La siguiente secuencia de imágenes muestra la manera de transformar la figura en otra conocida. Nótese que los cuartos de círculos se trasladan a los espacios circulares, formándose un cuadrado.

El área mide $A = 16\ (cm^2)$



Cálculo del perímetro

En este caso no podemos descomponer la figura y los pasos a seguir son los siguientes:



Paso 1

Las líneas b y e son iguales, cada una de ellas mide 2 cm.

Paso 2

Las líneas a, c y d; tienen una longitud equivalente al de una circunferencia de radio 2 cm, es decir:

$$a + c + d = 2 \cdot \pi \cdot 2\ \ (cm)$$

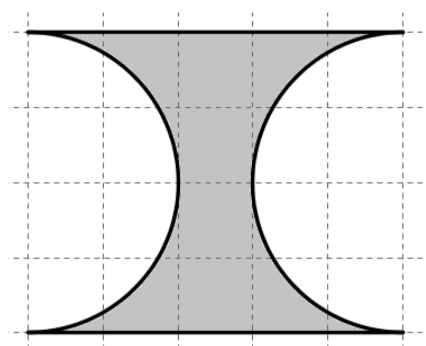
$$a + c + d = 4 \cdot \pi\ \ (cm)$$

Por lo tanto, el perímetro de la figura sombreada mide:

$$\boldsymbol{P = 4 \cdot \pi + 4 \quad (cm)}$$ **¡Valor exacto!**

$$\boldsymbol{P = 12,56 \quad (cm)}$$ **¡Valor aproximado!**

c) Por sustracción de figuras conocidas



Calcular el área y perímetro de la superficie sombreada.

Cálculo del área

En este caso debemos imaginarnos una figura inicial, a la cual se la extraído (o barrido) una parte de ella.

Observando y reflexionando

Ver y comentar el applet [38_Sector_circular]

$$A = área(rectángulo) - área(círculo)$$

$$A = 5 \cdot 4 - \pi \cdot 2^2 \quad (cm^2)$$

$$\boldsymbol{A = 20 - 4 \cdot \pi \quad (cm^2)}$$ **¡Valor exacto!**

$$\boldsymbol{A \approx 7,44 \quad (cm^2)}$$ **¡Valor aproximado!**

Cálculo del perímetro

Si recorremos el contorno de la figura sombreada, observamos que está dividida en cuatro trayectos: dos líneas rectas de 5 cm cada una y dos semicircunferencias cuyo radio mide 2 cm.

$$P = 5 + 5 + 2 \cdot \pi \cdot 2 \quad (cm)$$

$$\boldsymbol{P = 10 + 4 \cdot \pi \cdot \quad (cm)}$$ **¡Valor exacto!**

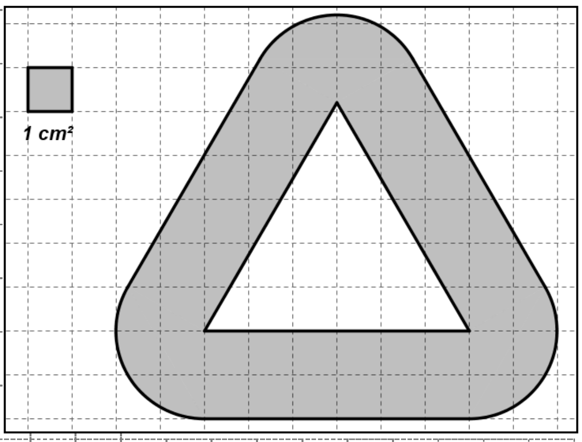
$$\boldsymbol{P = 22,56 \quad (cm)}$$ **¡Valor aproximado!**

Las destrezas fundamentales

1) Cálculo de áreas y perímetros de figuras achuradas

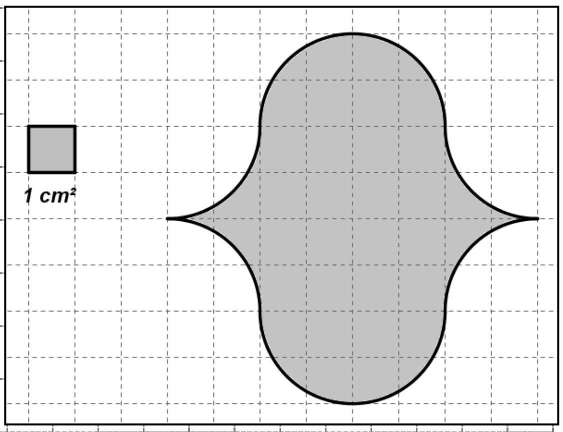
a) Calcular el área y perímetro de la figura sombreada, la cual está formada por un triángulo equilátero y una línea que está a 2 cm de sus lados.

Desarrollo



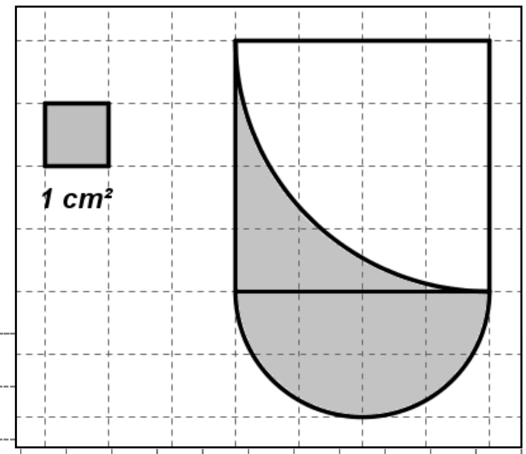
b) Calcular el área y perímetro de la figura sombreada.

Desarrollo



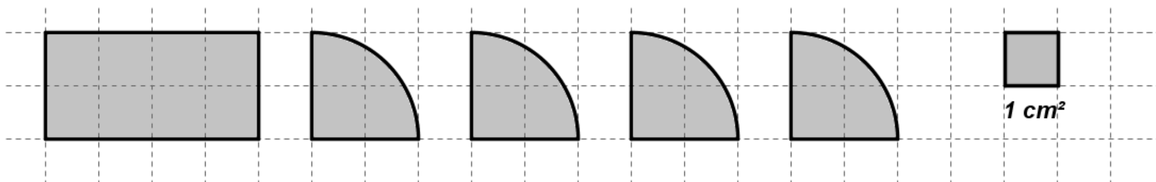
c) Calcular el área y perímetro de la figura sombreada.

Desarrollo



2) Variaciones del área y perímetro de una figura que se transforma

a) Sobre una cuadrícula se tiene un puzle formado por un rectángulo y cuatro sectores circulares (ver imagen).



Con este rompecabezas se arman cuatro figuras. Calcular el área y perímetro de cada una de ellas.

Figura1

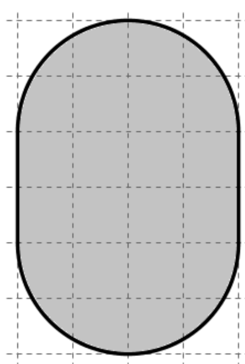


Figura 2

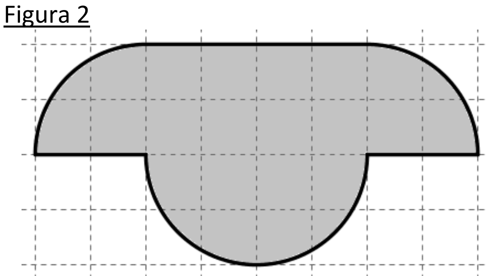


Figura 3

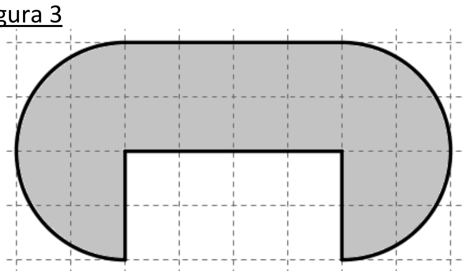
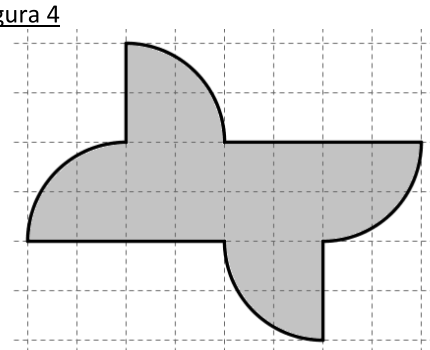


Figura 4



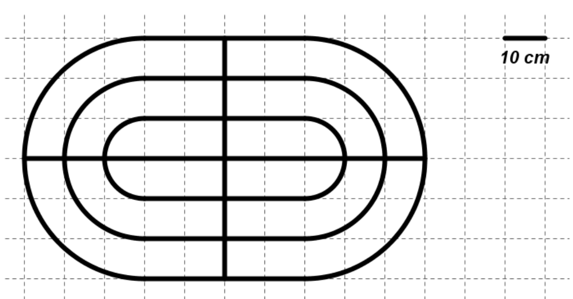
Desarrollo

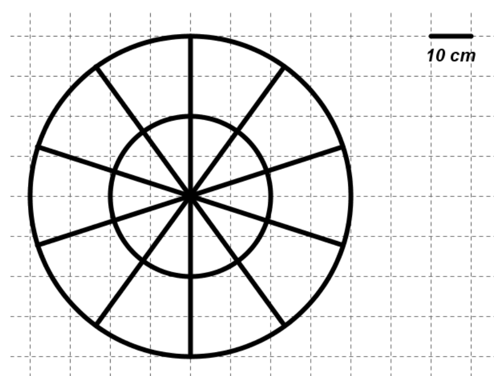
A partir de la actividad anterior, ¿qué conclusiones puedes obtener con respecto al área y perímetro de una figura?

3) Área y perímetro en la vida diaria

¿Cuál tendedero me conviene comprar?

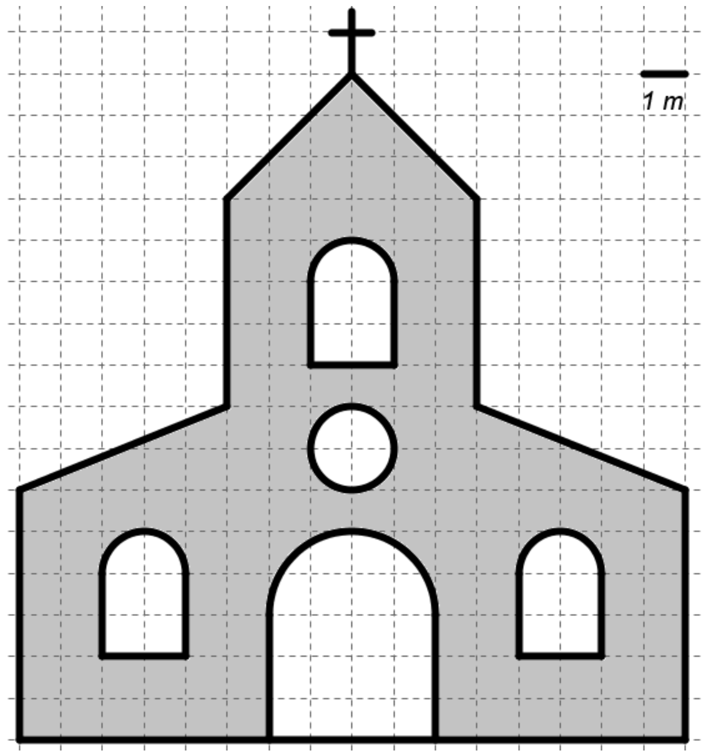
Una persona necesita comprar un tendedero para secar la ropa y en el comercio encuentra dos modelos. Antes de comprarlos hace un dibujo (ver figura) detallado de cada uno de ellos y se lo lleva a casa para poder investigar en cuál de ellos es posible colgar más ropa, es decir, cuál tiene mayor longitud de alambre.





¿Qué tendedero es más conveniente? Justifique su decisión mediante fórmulas conocidas.

Pintando la fachada de una iglesia



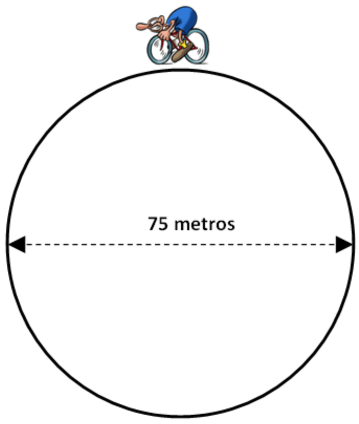
Se debe pintar la fachada de una iglesia y la pintura se vende en dos tipos de envase:

Tarro 1 Galón	**Tarro ¼ Galón**
Rendimiento 35 m^2 por litro Precio $17.000 	Rendimiento 9 m^2 por litro Precio $17.000 

Determine la cantidad de tarros que deben comprarse, ya sea en tarros de un mismo tamaño o una combinación de ellos, de modo que el costo sea mínimo.

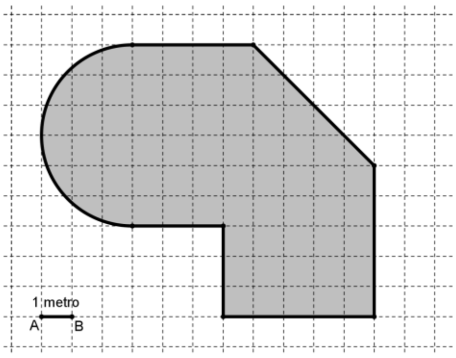
Hora de practicar lo aprendido

1) La siguiente imagen muestra una pista de carrera de bicicletas (velódromo) en forma de circunferencia. Si el diámetro de la pista mide 75 metros, ¿cuántos metros recorre una bicicleta que da 45 vueltas durante una carrera?



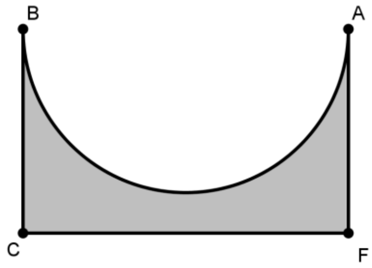
2) Un ciclista da una vuelta a una pista circular y el velocímetro indica 131,88 metros recorridos. ¿Cuál es el diámetro de la pista?

3) Don Carlos necesita cerrar el jardín de su casa para que sus perros y gallinas no estropeen el nuevo césped. Para este propósito hace un dibujo a escala del jardín sobre una hoja cuadriculada y el segmento AB de la figura representa a una longitud de 1 metro. Calcular los metros de malla que utilizará para efectuar el cierre del jardín. Además, calcular el área de este jardín.

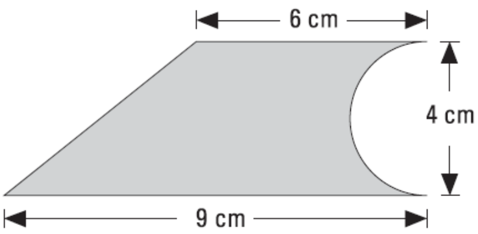


4) En cada caso, calcular el área y perímetro de la figura sombreada.

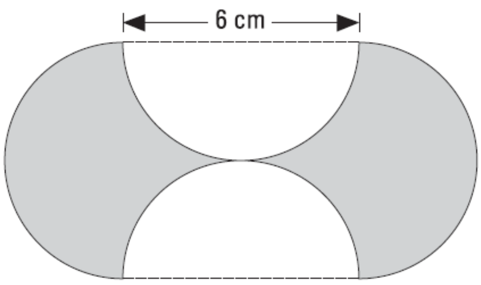
a) Si $ABCF$ es un rectángulo, $BC = 5\ cm$ y $AB = 8\ cm$; calcular el área y perímetro de la región gris.



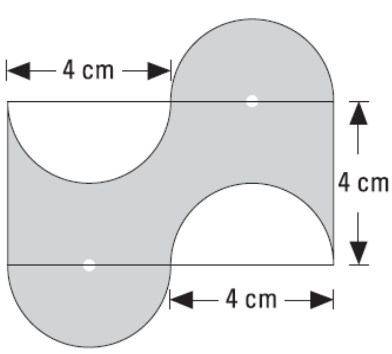
b)



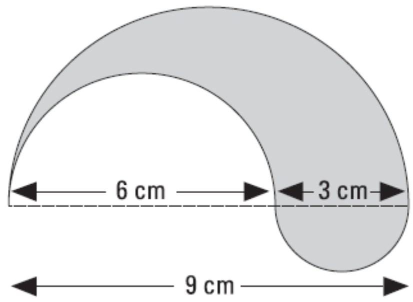
c)



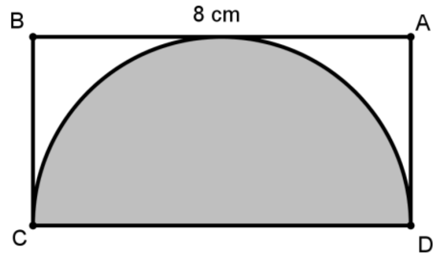
d)



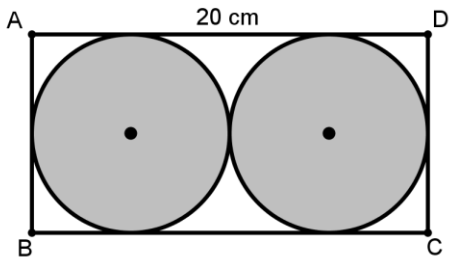
e)



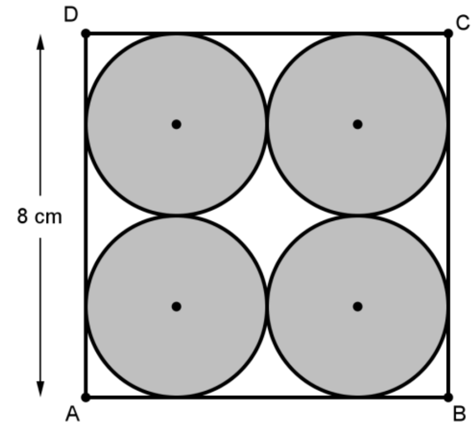
f) ABCD rectángulo



g) ABCD rectángulo



h)



5) Una circunferencia de 4 cm de radio gira alrededor de un triángulo equilátero cuyos lados miden 8cm, de modo que se mantiene permanentemente en contacto con ella. Si la circunferencia da una vuelta completa al triángulo, ¿cuál es la longitud de la línea que describe el centro de la rueda?

6) En un jardín, una cabra está amarrada, mediante una cuerda, a una esquina de una pileta cuya forma es un triángulo equilátero de lados que miden 6m. Si la longitud de la cuerda mide 8 m, ¿cuánto mide el área de la superficie de pasto que se puede comer la cabra?

7) La figura muestra la sección transversal de tres tuberías, cuyos diámetros miden 12 cm. Si deben atarse mediante tres alambres, ¿cuál es la longitud total de alambre sabiendo que para cada uno de los dobleces se ocuparán 5 cm?